

《漫话数学》——数学的魅力

故宫

漫话数学

数学文化
文创数学

文创数学

第12-14讲 魔方STEAM
——数学游戏体验
主讲：卜宪敏



文创
数学

中国古建筑故宫的斗拱



这是对国力的声明 政治权力 王朝实力

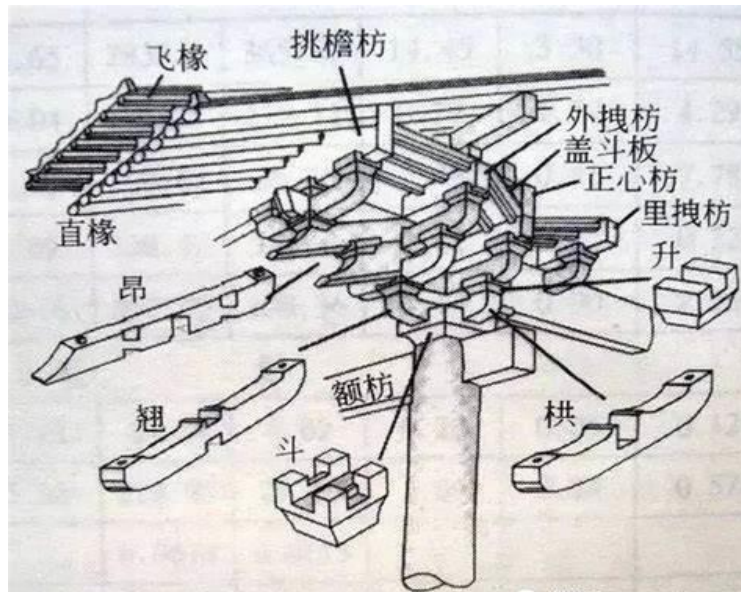
This statement of power, political power, the power of the dynasty



中国古建筑故宫的斗拱



斗拱



六通

数学文化 资源库

资源库建设
题词序言
编委会
研发单位
编者作者群
资源库简介
玩转数学

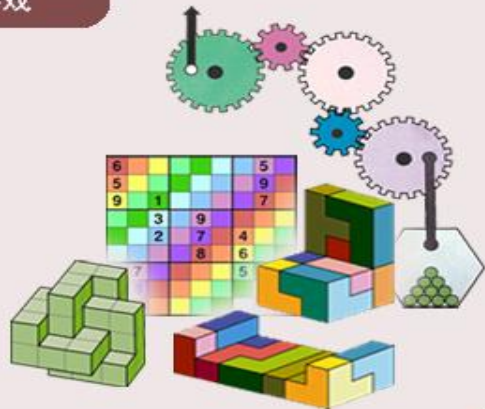
Q 1 数学智力玩具

七巧板
华容道
九连环
六通
魔方
迷宫
棋类玩具
牌类玩具



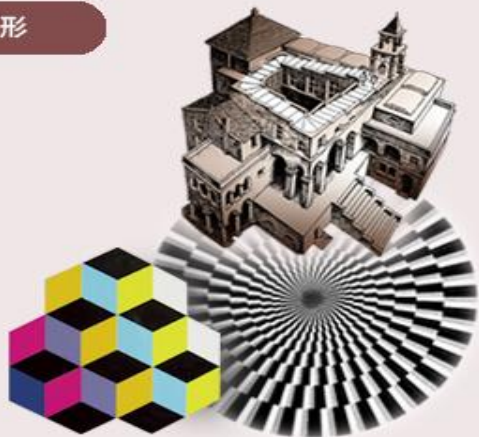
Q 2 数学智力游戏

数字游戏
火柴游戏
网格游戏
折纸游戏
立体游戏
转动游戏
绳结游戏
魔术游戏



Q 3 数学视幻图形

错视图形
隐藏图形
颠倒图形
魔术图形
变形图形
渐变图形
变幻的图形
不可能图形



Q 4 数学智力趣题

图形趣题
算术名题
代数趣题
代数名题
几何趣题
几何名题
名人趣题
经典名题



数学文化
素质教育
资料
参考图书
报刊网站
资料



Q₁₁ 七巧板



Q₁₂ 华容道



Q₁₃ 九连环



Q₁₄ 六通



Q₁ 数学智力玩具



Q₁₅ 魔方



Q₁₆ 迷宫



Q₁₇ 棋类玩具

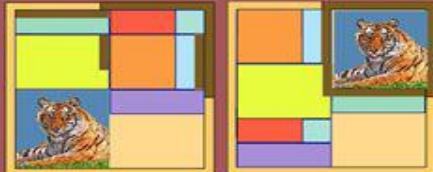
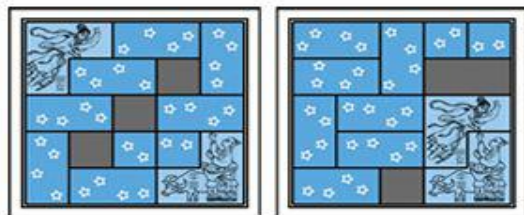


Q₁₈ 牌类玩具

Q 12 华容道

从重排九宫说起
十五子棋
华容道起源
华容道玩法

横刀立马解法
近在咫尺解法
小燕出巢解法
走投无路解法
水泄不通解法
勇闯五关解法



五胞胎排队
幼虎回笼
牛郎织女相会
泰式十一式
推箱子游戏
汽车突围



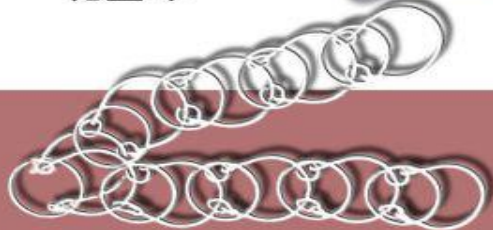
Q 13

九连环

九连环的历史
九连环的种类
基本动作与解法
九连环中的数学



巧环的结构
岐中易
葫芦环
锁环
蝶环
花篮环



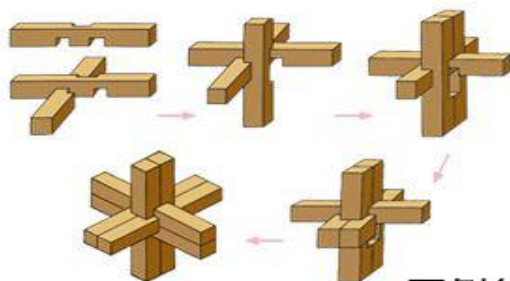
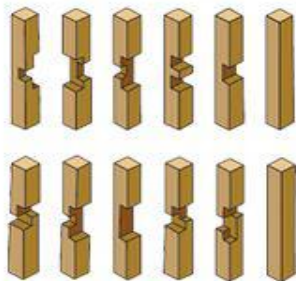
双蜗揽月
金钟环与飞机环
五节鞭
第三者插足
解扣类玩具
解绳类玩具



Q 14 六 通

六通的历史
六通的参考解法
三通
鲁班球

衍生六通欣赏
另类立体拼拆



鱼洗
指南车
饮水鸟
匡几图



不倒翁与被中香炉
古锁
倒流壶与公道杯
四喜人
透光镜



Q 15 魔方

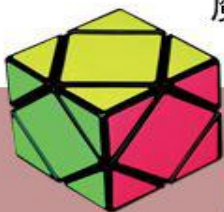
魔方的发明
魔方的构成
魔方的玩法



三阶魔方入门解法
变化的三阶魔方
三阶魔方游戏



二阶魔方
高阶魔方
五魔方
魔方SQ1



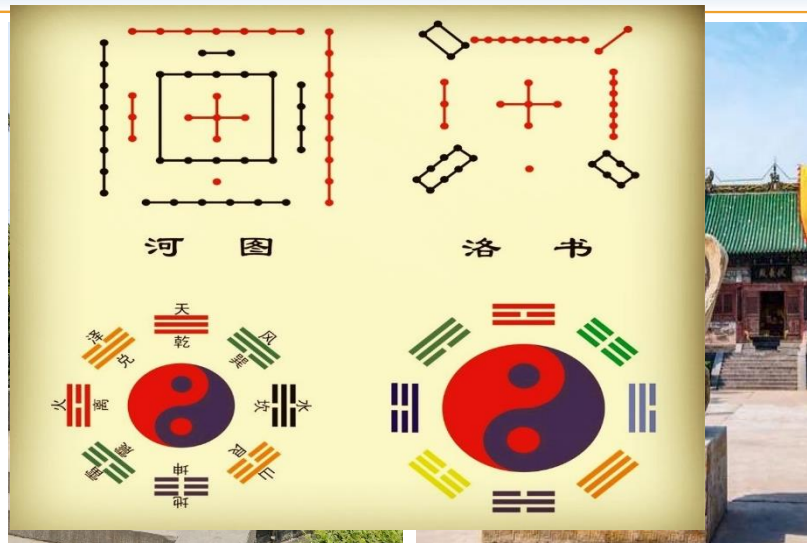
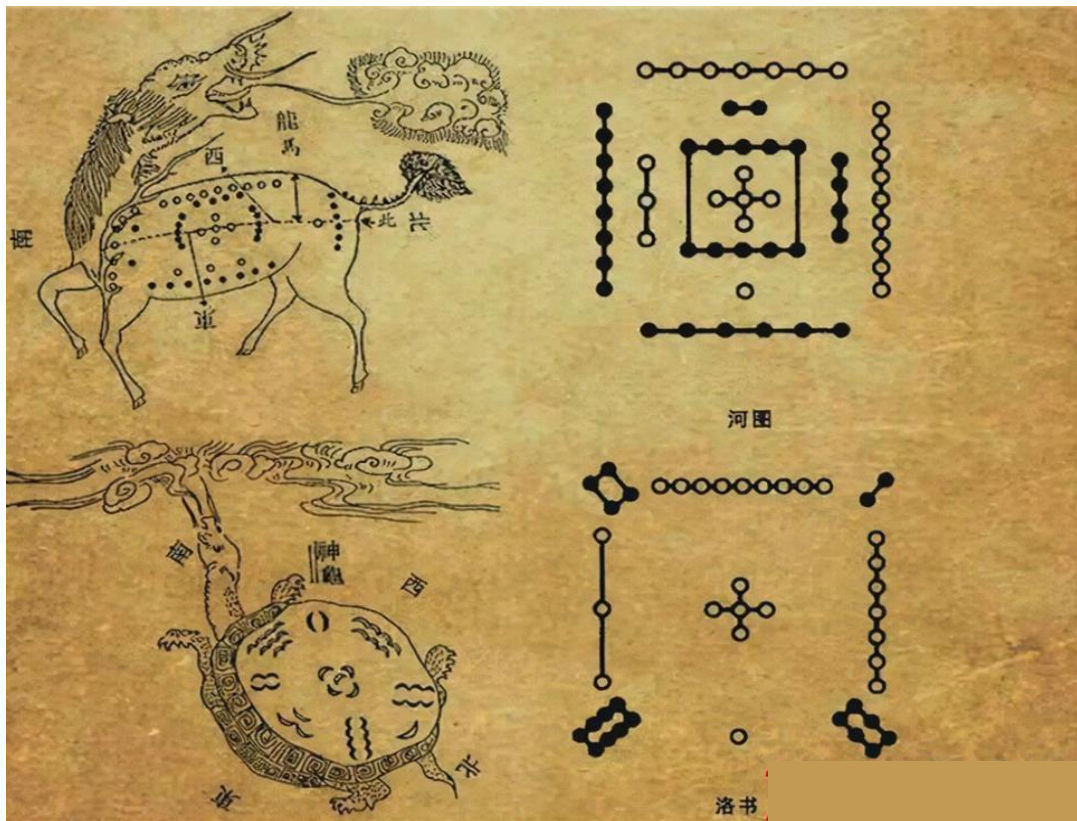
飞碟魔方
异型魔方欣赏



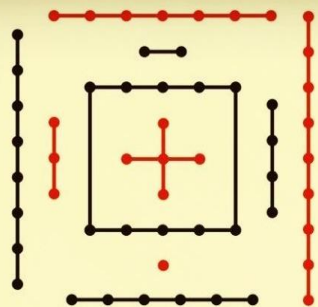
三阶金字塔
魔板
四轴球
魔表



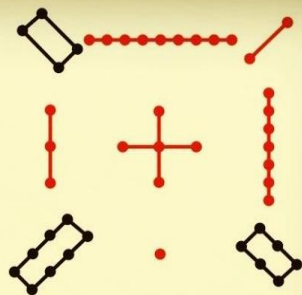
一、幻方——河图和洛书



《易·系辞上篇》记载的：“河出图，洛出书，圣人则之”。即伏羲氏“作八卦，以通神明之德，以类万物之情”。后人于公元 348年在伏羲氏龙马负图处修建了龙马负图寺，以纪念伏羲氏开拓文明的功绩。



河图



洛书



《册府元龟·帝王部》也说“夏禹即天子位，雒 (luò) 出龟书，六十五字，是为洪范，此所谓雒出书者也”。这是说，大禹因治水有功，有德于天下，故万民称颂，上天赐瑞。洛河出神龟，龟长1.2尺，龟背上有65个赤文篆字。大禹按照洛书划分九州，并制定治理天下的九类大法，有的说，此即《尚书》里的《洪范》篇，是治理国家的九种大法。

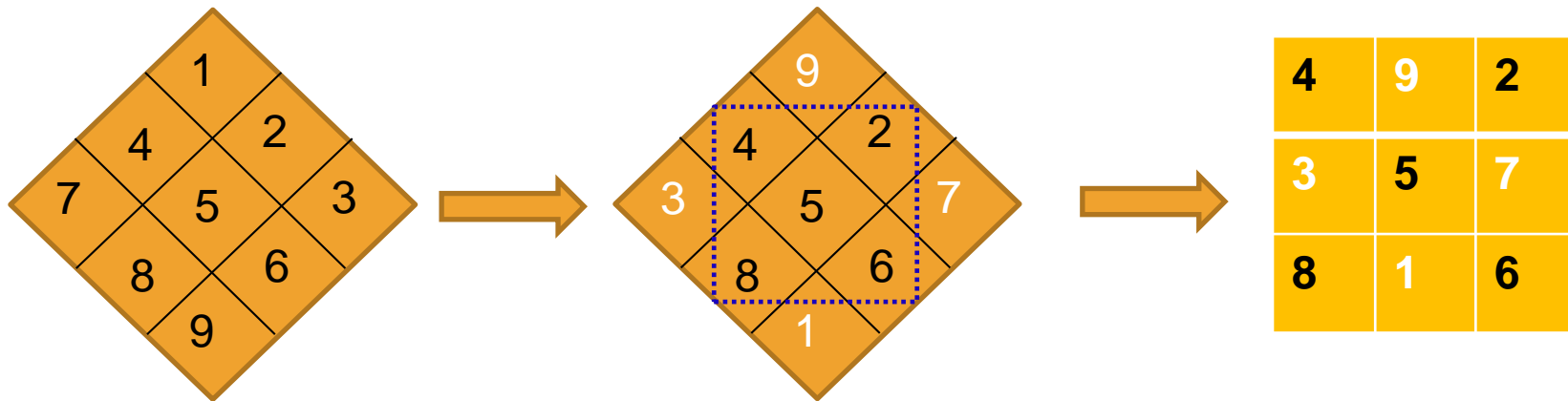
4	9	2
3	5	7
8	1	6

		7		
		2		
8	3	5	4	9
		10		
		1		
		6		

一、幻方——数阵

三阶幻方就是将1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这9个自然数填在 3×3 （三行三列）的正方形内，使每一行、每一列以及每一条对角线上的三个数的和（幻和）都相等，三阶幻方是一种特殊的数阵图。

例：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这9个自然数，使它成为一个三阶幻方
构造三阶幻方的方法：“九子斜排，上下对易，左右相更，四维突出。”





请在课下试一试一下这道数独题吧!

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		8	5				2	1	
B		9	4		1	2			3
C				3			7		4
D	5		3	4		9			
E		4		2		6		3	
F				1		3	9		7
G	6		8			5			
H	1			8	4		3	6	
I		2	7				8	9	

也就是：根据9×9盘面上的已知数字，推理出所有剩余空格的数字，并满足每一行、每一列、每一个粗线宫（3×3）内的数字均含1-9，不重复。

1974年（）人鲁比克发明了魔方。

- A 匈牙利
- B 俄国
- C 美国
- D 法国

提交

二、魔方

魔方的发明

1974年春天，匈牙利人鲁比克（Erno Rubik）获得制造转动魔方的灵感。同年夏天，他做出了灵感中的转动魔方的雏形。

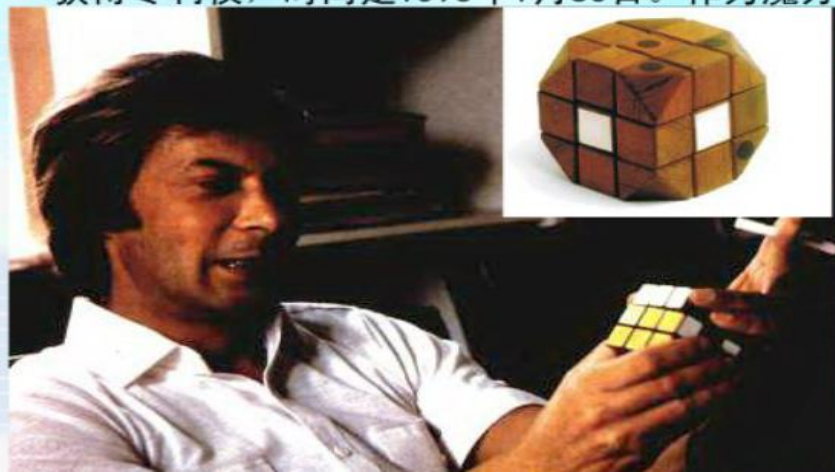
鲁比克是布达佩斯工艺美术学院的教师，讲授平面图与结构、内部工程设计图、家具平面图与形象图、外形研究与画法几何学。

他在教学中常常会遇到这样的一个问题：学生习惯于对平面问题进行思维，但是对空间问题上的复杂联系，理解起来却困难重重。为了培养学生的空间想象力，鲁比克起初设计了一个极其简单的“魔方”，作为自己给学生上课的教具。这个简单魔方的构成为 3×3 ，不过只有两层。

后来，鲁比克经过精心研究，把简易的“多米诺魔方”两层改为三层，就成了现在这种魔方，他申请获得专利权，时间是1975年1月30日。作为魔方的发明人，鲁比克教授拥有匈牙利专利号#170062，却没有申请国际专利。

之后，鲁比克教授又发明了魔板（Rubik's Magic）、魔表（Rubik's Clock）、飞碟（Rubik's UFO）、Rubik's Brain Racker魔球、Rubik's Shell及Rubik's 360等品种繁多的智力玩具。

现在，世界各地的DIY高手们在“魔方热”的推动下，极尽想象，利用合理的转动结构，设计出千姿百态的魔方，令人赏心悦目。



魔方的构成

魔方 (Rubik's Cube或Magic Cube) 在台湾地区被称为魔术方块, 在香港地区则被称为扭计骰。世界上的第一个魔方棱长为2.25英寸 (57.15mm), 如今世界魔方协会 (WCA) 比赛用魔方棱长为57mm。

从外观上看魔方是一个正方体, 共六面, 每一面有 3×3 个小块。配色通常是黄对白、绿对蓝、红对橙 (或紫)。魔方实体由富于弹性的硬塑料制成, 核心是一个轴, 轴上连着6个固定不动的中心块。另外魔方的角块有8个 (3面有色)、棱块有12个 (2面有色), 共由26块组成。

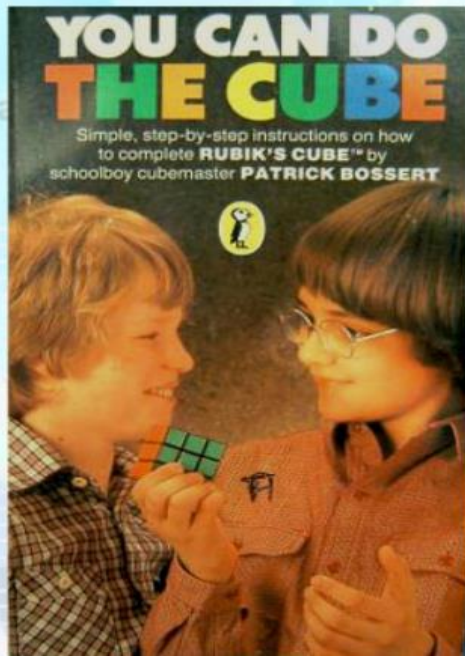
物理结构非常巧妙, 它每个面纵横都分为三层, 每层都可自由转动, 通过层的转动改变小方块在立方体上的位置, 各部分之间存在着制约关系, 没有两个小块是完全相同的。立方体各个面上有颜色, 同一个面的各个方块的颜色相同, 面与面之间颜色都不相同。这种最初状态就是魔方的原始状态。总变化数有:

$$\frac{8! \times 3^8 \times 12! \times 2^{12}}{3 \times 2 \times 2} \approx 4.3 \times 10^{19} (\text{种})$$



魔方的玩法

魔方广为大家喜爱是在80年代，从1980年到1982年总共售出了将近200万只魔方。1981年，一个来自英国的小男孩，帕特里克·波塞特（Patrick Bossert）写了一本名叫《你也能够复原魔方》的书，总共售出了将近150万本。由于魔方的巨大商机，鲁比克教授和他的合伙人一同开发了二阶和四阶魔方，这两个产品同样取得了成功。



在中国，魔方是80年代最抢手的玩具，如同今天孩子们手中的PSP一样，成为青少年最喜欢的玩具。后来伴随着改革开放，越来越多的新奇玩具进入了中国，同时由于当时魔方的解法并不太容易被人理解或者手边根本没有解法而仅满足于复原一面，因此魔方渐渐地被大家淡忘了。

不过最近几年随着网络的普及，通俗易懂的教程铺天盖地、层出不穷，人们又重新开始认识魔方，并新增了更加具有挑战性的竞速、单手拧魔方、盲拧等玩法。



目前流行的魔方玩法主要有以下几种：

- 1、速拧：就是用最快速度还原打乱的魔方；
- 2、盲拧：先用一些时间观察和记忆打乱的魔方，然后不看魔方（比赛时用眼罩）进行还原；
- 3、单拧：就是只用一只手去复原魔方；
- 4、最少步骤：只允许观察魔方，然后给出最少的转动步骤去还原魔方：（目前世界纪录为22步）
- 5、拼图：用魔方每小块现成的颜色去拼图案；
- 6、脚拧：用双脚去复原魔方。



© Subject News & Photo Agency

速拧比赛



目前世界盲拧纪录创造者
——中国的庄海燕在比赛中



单位 (秒)	世界纪录		中国纪录	
	单次	平均	单次	平均
三阶速拧	7.08	10.63	10.22	12.74
三阶盲拧	47.22		47.22	
三阶单拧	14.34	18.29	19.34	23.29
三阶脚拧	36.94	47.21	99.34	105.28

(2009.5)





趣味纪录

N₀01 一次盲拧完成最多的魔方数：24个，创造者为德国人Tim Habermaas。

N₀02 最快时间完成2 000个魔方的复原：22小时16分钟，创造者为丹麦人 Jess Bondle。

N₀03 最大的魔方：边长3.52米，制造者为Daniel Urlings。

N₀04 最贵的魔方：Masterpiece Cube，用了22.5克拉的蓝钻和34克拉的红宝石，造价约为150万美元。

N₀05 最年轻的魔方复原者：3岁9个月，创造者为中国人谢恩希。

N₀06 最年轻的盲拧成功者：8岁199日，创造者为印度人 J. Bennett Orlando。

N₀07 最疯狂的魔方复原者：Dan Knight，他曾经从12 000英尺高空跳伞途中用了32秒时间复原了一个魔方。

N₀08 最协调的魔方复原者：Chris Hardwick，他用两只手同时复原两个不同的魔方，用时1分33秒。

N₀09 最古怪的复原方法：使用筷子。Matt Mattman Walter在3分53秒内用筷子复原了一个魔方。

N₀10 最有趣的复原机器：用乐高NXT Robotics自动解出魔方。

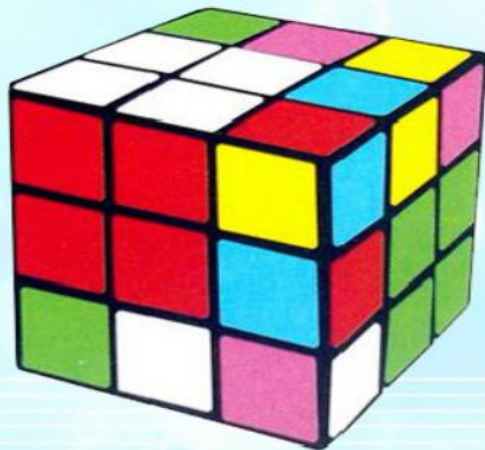
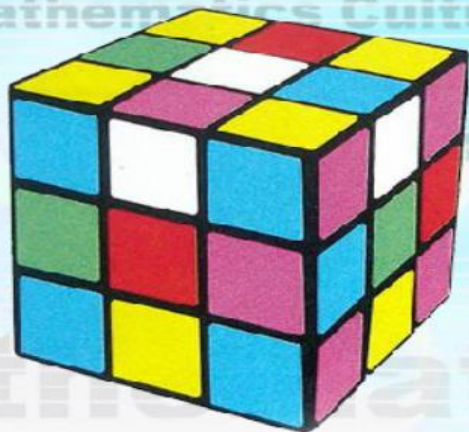
N₀11 破解魔方的最长时间：45岁的建筑工人格雷厄姆 (Delighted Graham) 自1983年购买魔方，花了26年，超过27 400个小时的时间，终于还原成功。



魔方玩法的创新

魔方的玩法除了六面还原，即把打乱的魔方恢复为原始状态，另一种玩法是在魔方的6个面上形成美丽的图案。科学家和魔方迷们也已经创造出许多色彩斑斓的有趣图案。

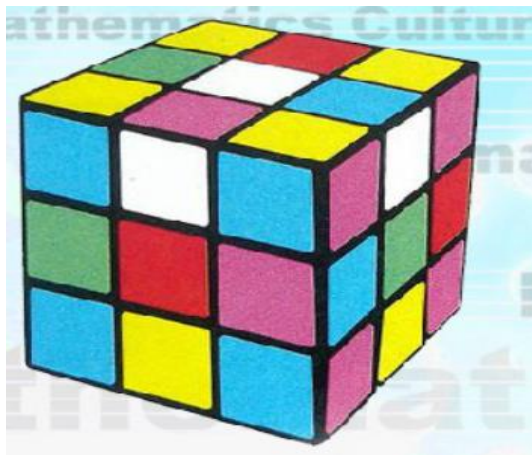
20世纪80年代初，德国曾经发起、组织过一场魔方比赛，使魔方6个面都包含6种颜色，且图案有规则。最后，一名德国妇女胜出，她设计的图案非常和谐、漂亮，有人给它起名“六色同堂，四角同色”，也有人给它起名“五彩十字”，设计出这个图案的妇女因而获得了“魔方皇后”的称号。



自从魔方皇后推出“六色同堂、四角同色”图案以后，许多魔方爱好者致力于发现新的六色同堂图案。但几十年来，这方面的进展并不大，见之于文献和网络的新的六色同堂图案只有寥寥几个。上面的“六彩方中方”算得上是另外一个毕竟美丽的六色同堂图案

右边的魔方正面可以复原成什么颜色？

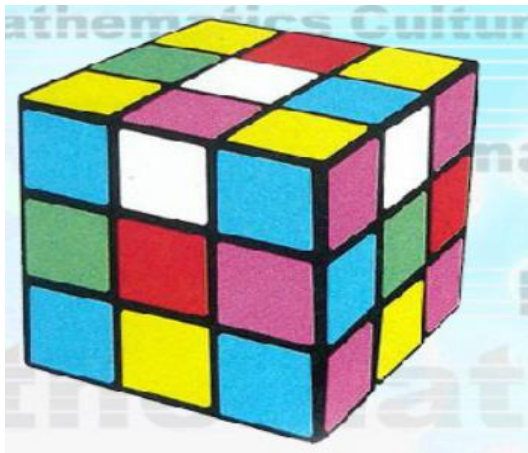
- A 白色
- B 绿色
- C 红色
- D 无法确定



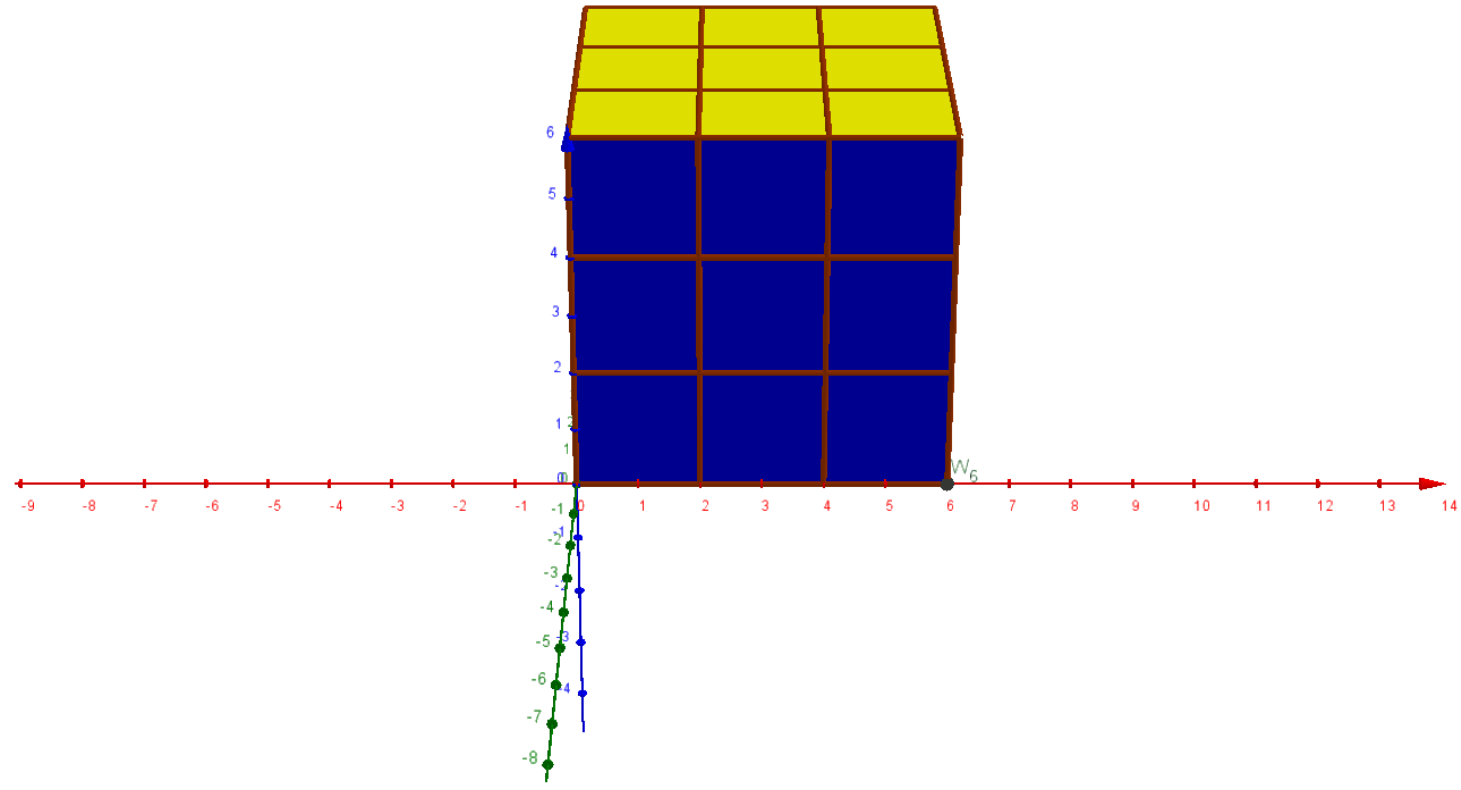
提交

三阶魔方一共有多少个小块?

- A 8
- B 27
- C 26
- D 无法确定



提交



三阶魔方入门解法

三阶魔方的复原方法有很多种，基本的层先法（也称七步法）比较适合于初学者去理解。其中用到的常用转动符号也不多，仅表示顺时针旋转的U(上)，D(下)，L(左)，R(右)，F(前)，B(后)和表示逆时针旋转的U'，D'，L'，R'，F'，B'及表示旋转180°的U2，D2，L2，R2，F2，B2中的几个。比如R'表示从魔方右侧看去转动方向是逆时针的。

7. 顶角归位



1. 底棱归位



2. 底角归位



3. 中棱归位



4. 顶棱面位



6. 顶棱归位



5. 顶角面位



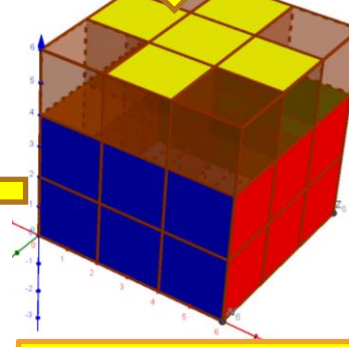
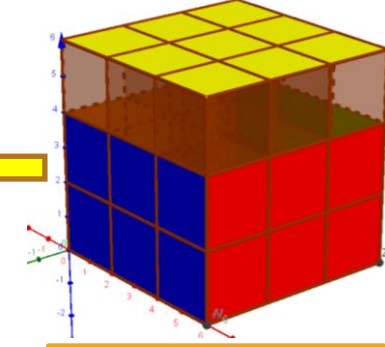
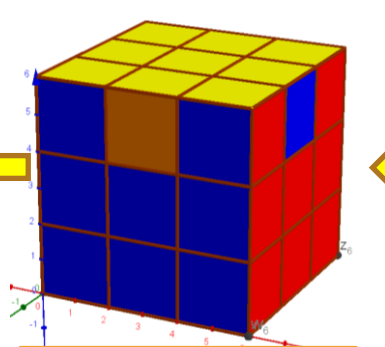
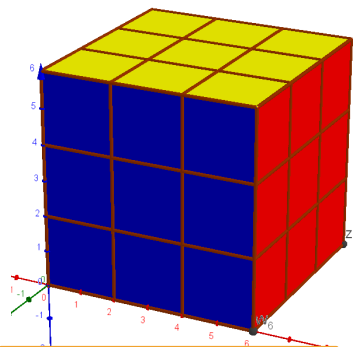
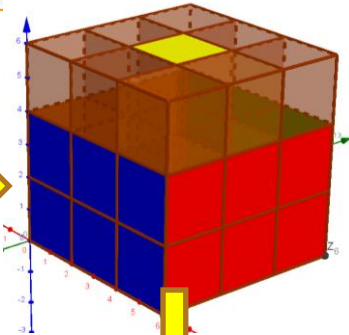
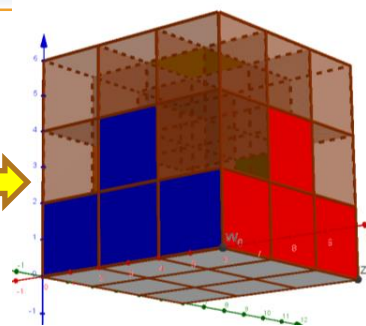
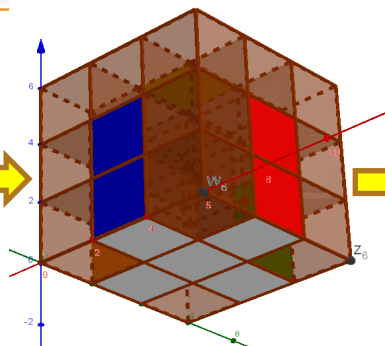
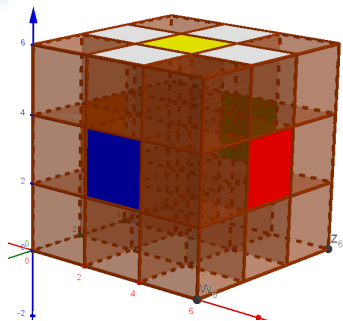
点击各步骤查看详细解法



一、底棱归位 (底白十字+对面)

二、底角归位 (第一层复原T)

三、中棱归位 (第二层复原)



七、顶棱归位 (顶棱对面)

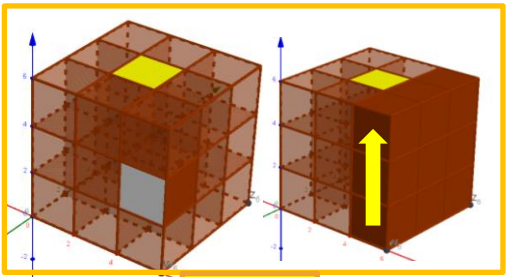
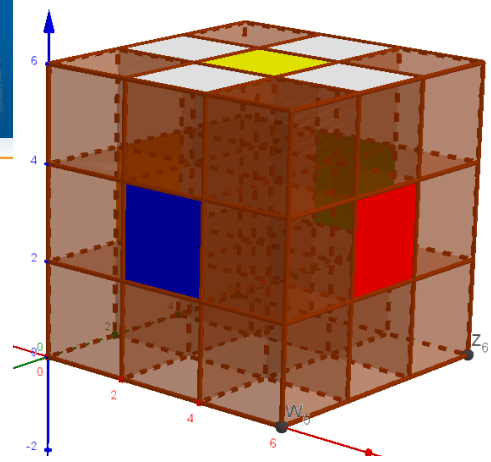
六、顶角归位 (顶角对面)

五、顶角面位 (顶面复原)

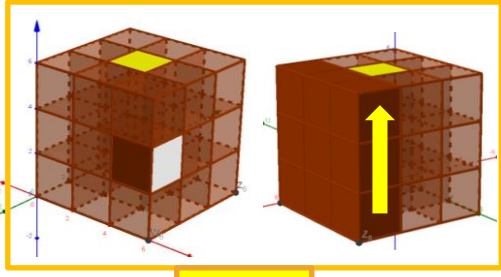
四、顶棱面位 (顶面黄十字)

一、底棱归位 (底白十字+对面)

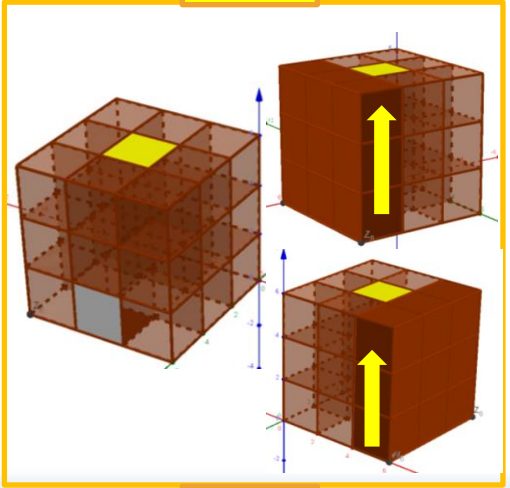
1. 顶面黄心小花



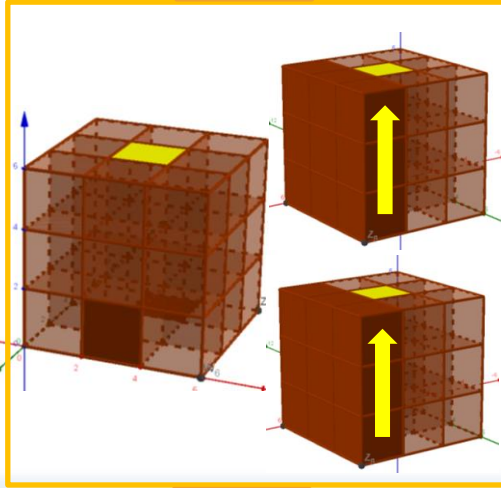
(1)



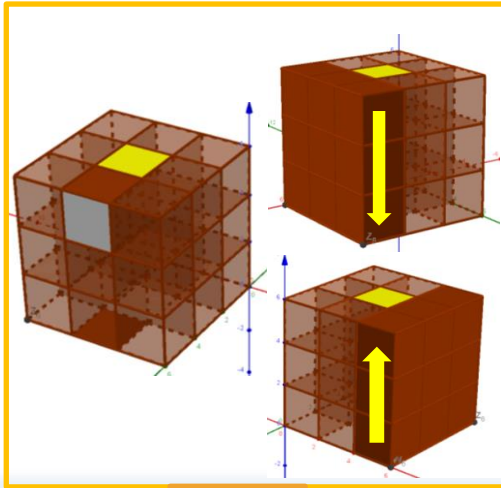
(2)



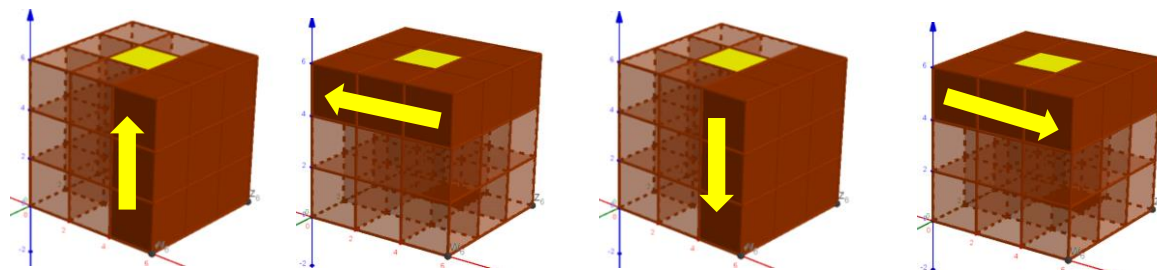
(3)



(4)



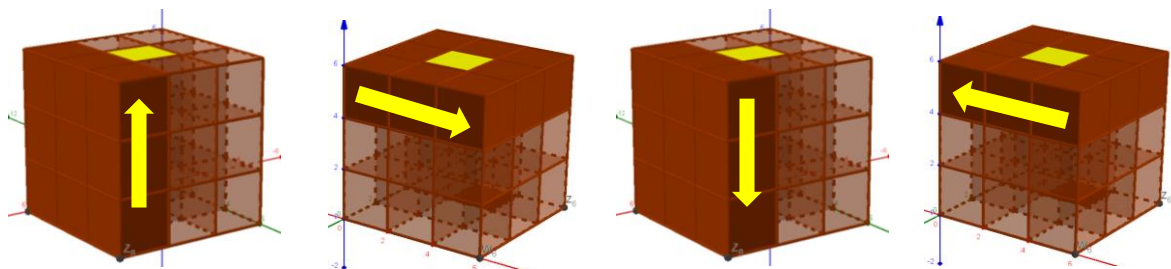
(5)



右手法则“上左下右”
($RUR'U'$)
或右手“上拨下拨”



反手



左手法则“上右下左”
($L'U'LU$)
或左手“上拨下拨”

R: 右(Right)
L: 左(Left)

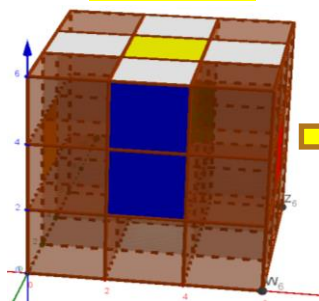
U: 上(Up)
D: 下(Down)

F: 前(Front)
B: 后(Back)

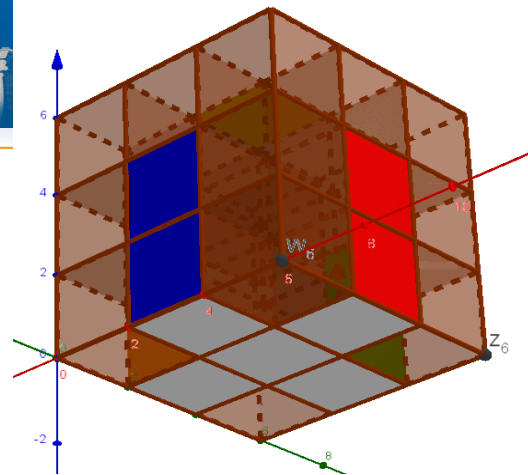
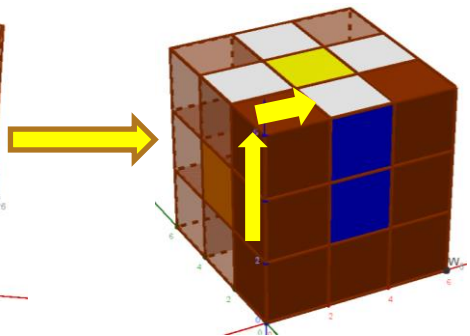
一、底棱归位

2. 底面白十字+对面

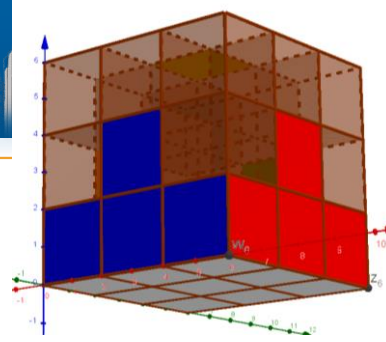
对心



180度



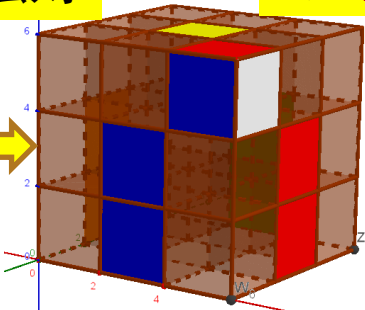
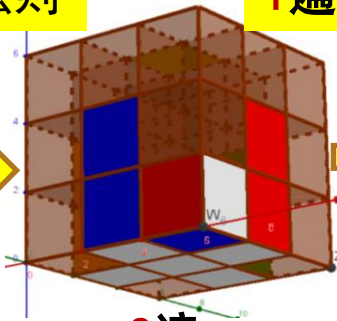
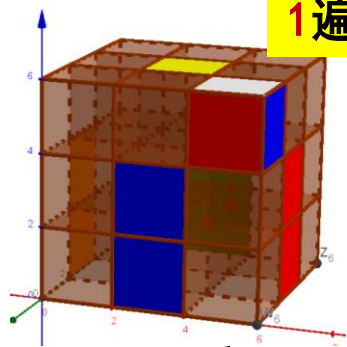
二、底角归位 (第一层复原T)



1遍右手法则

1遍右手法则

1遍右手法则

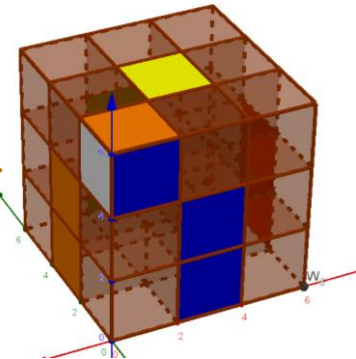
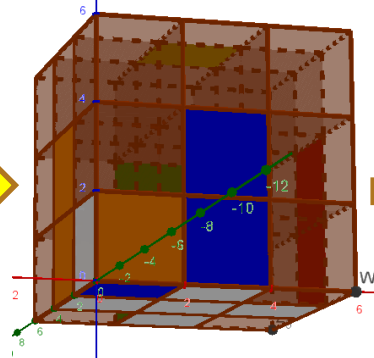
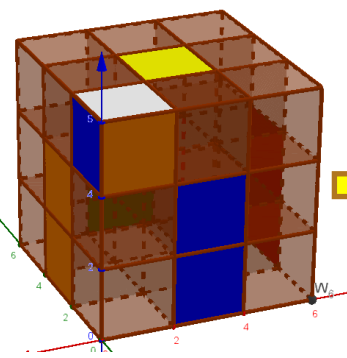


右手法则 “上左下右”
($RUR'U'$)
或右手“上拨下拨”

3遍

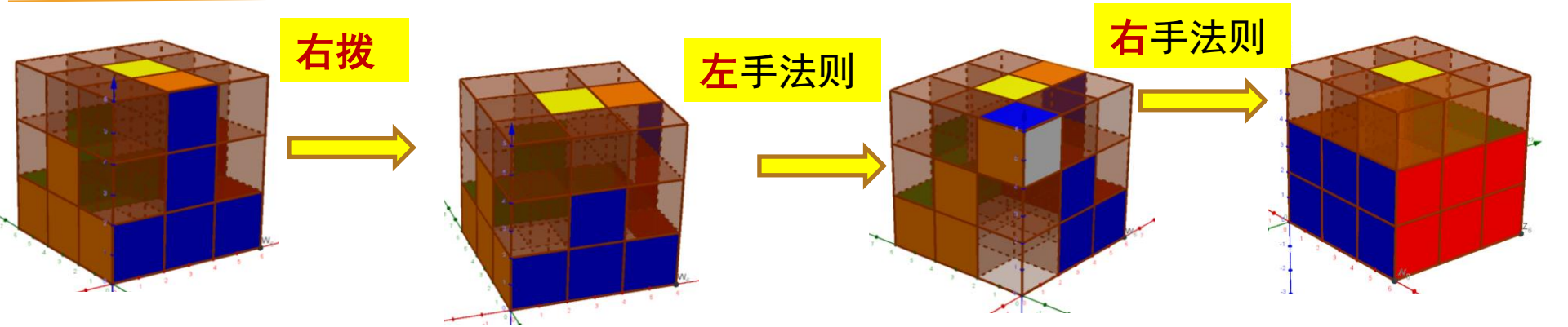
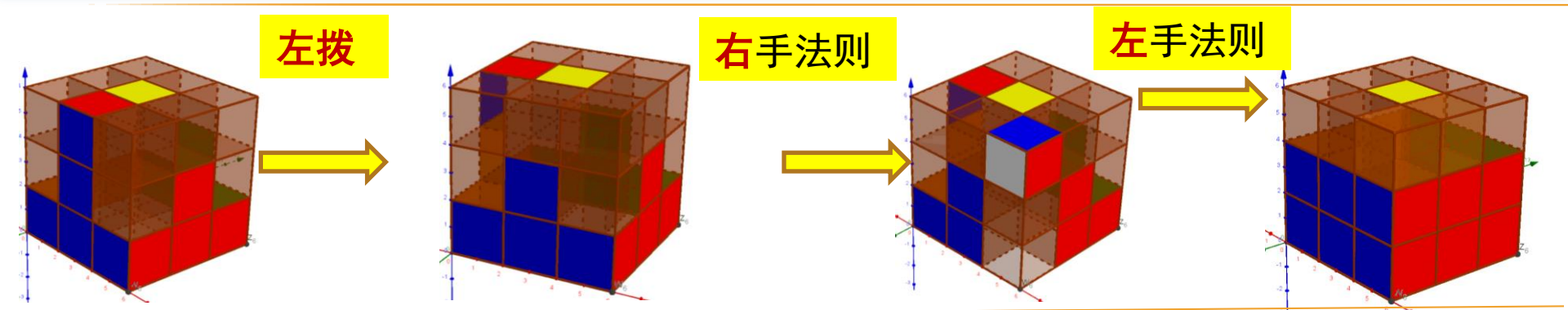
2遍

1遍



左手法则 “上右下左”
($L'U'LU$)
或左手“上拨下拨”

三、中棱归位 (第二层复原)

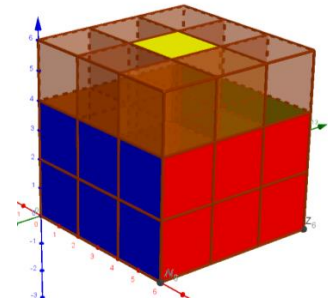




四、顶棱面位 (顶面黄十字)

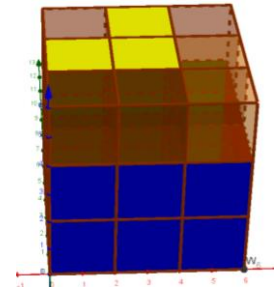
公式1: 顺+右手法则+逆
(FRUR'U' F')

右手法则“上左下右”
(RUR'U')
或右手“上拨下拨”



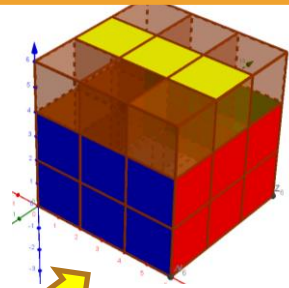
3遍

公式1



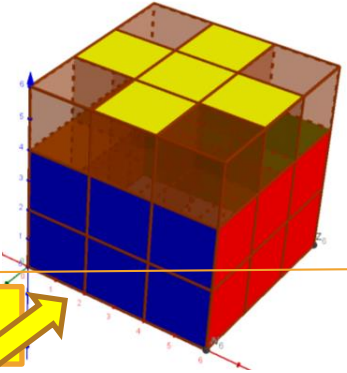
2遍

公式1



1遍

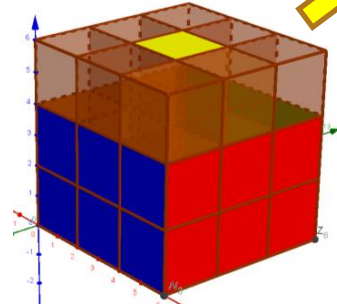
公式1



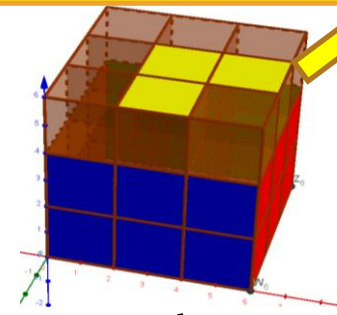
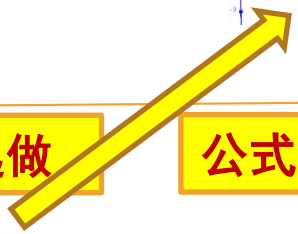
公式1: 前2面一起做

公式1: 前2面一起做

提速:



2遍

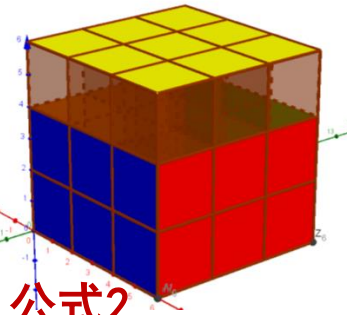


1遍

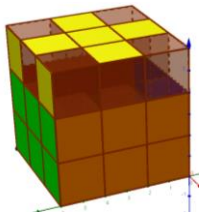


五、顶角面位 (顶面复原)

公式2: 上左下左上左左下
($RUR'URU2R'$)



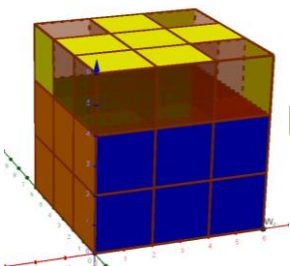
1. 两个黄色侧面的朝左



2或3遍

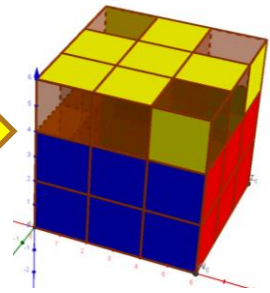
公式2
→

3. 鱼头朝左下



2遍

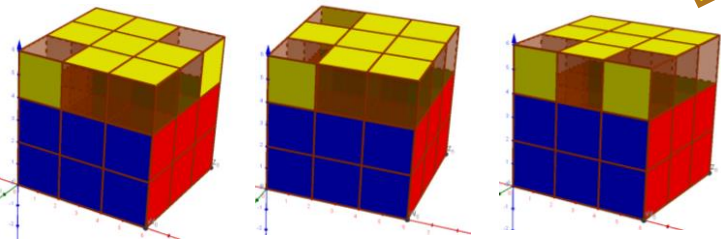
公式2
→



1遍

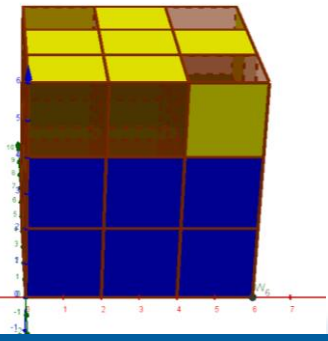
公式2
→

2. 侧面黄色放在前面左侧



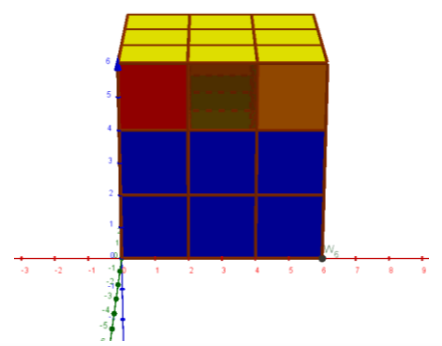
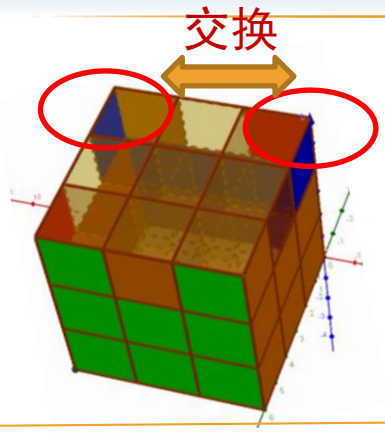
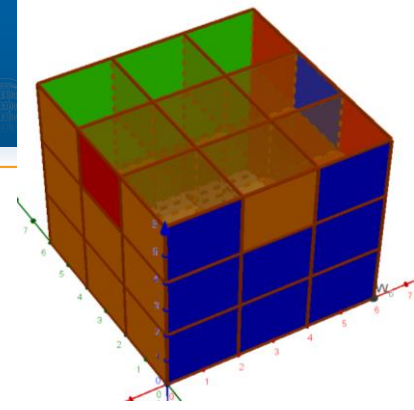
2或3遍

公式2
↘



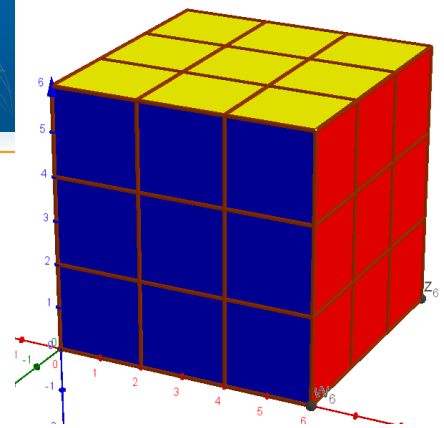
六、顶角归位 (顶角对面)

公式3: 下左 上 (反) 左左 上右 下左左 下上
 $(R'U L'U^2 RU' R'UU LR)$

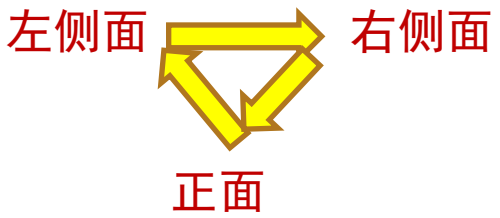
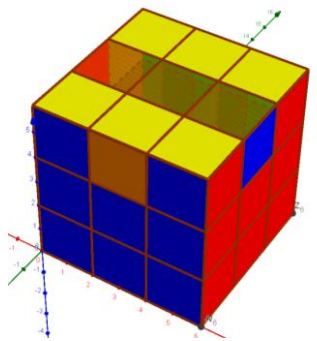


七、顶棱归位
(顶棱对面)

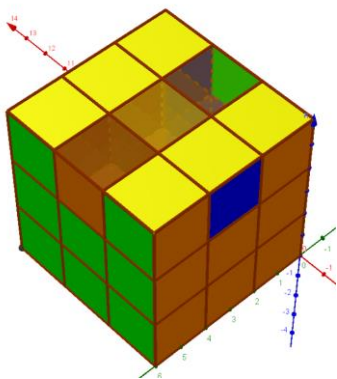
公式4: 上上左 上左 下右下右 下左下
($RRU RU R'U' R'U' R'UR'$)



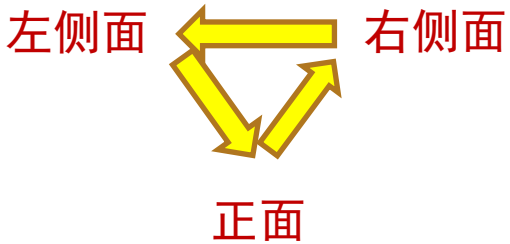
顺时针:

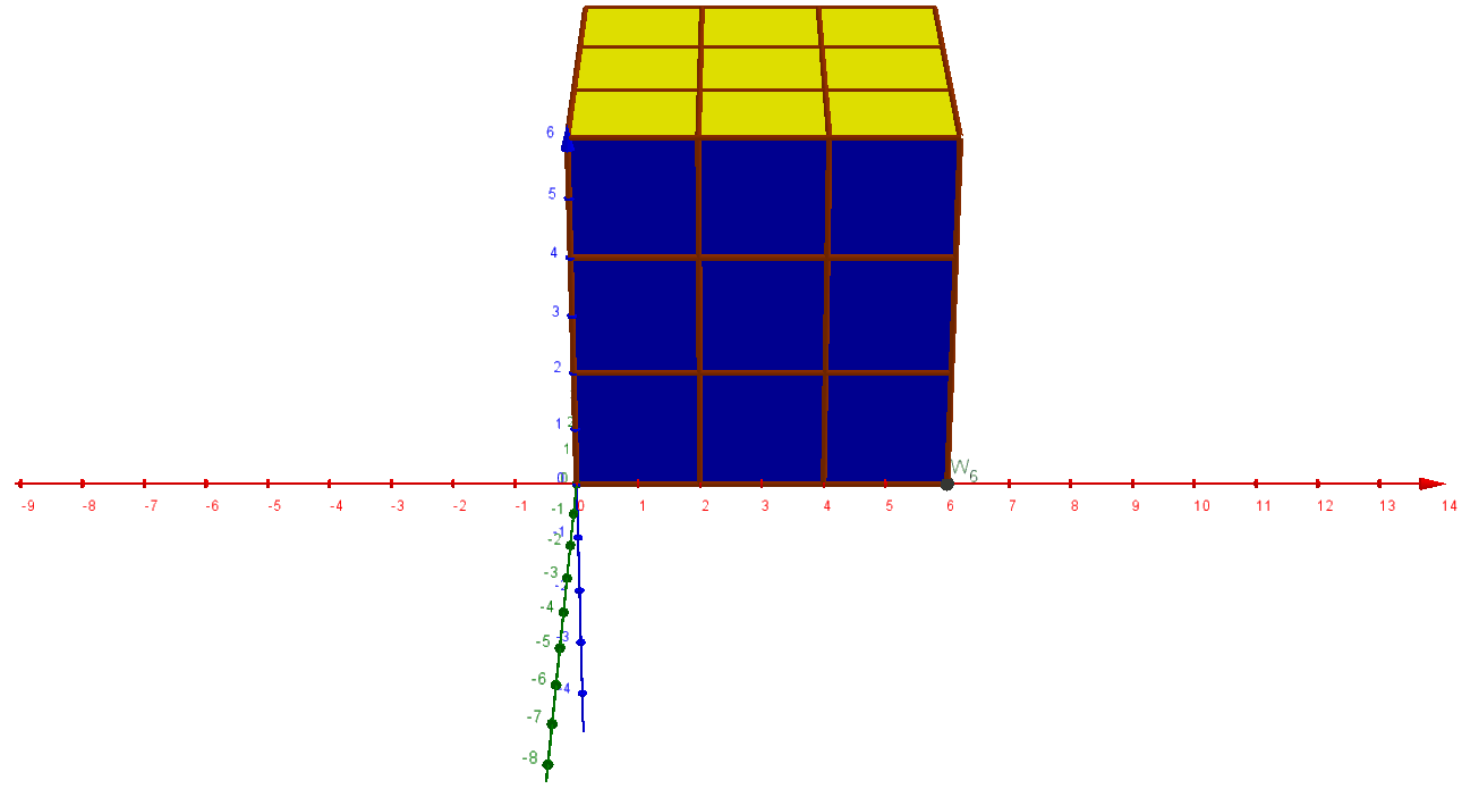


逆时针:



反手公式4: 上右上 左上左上 右下右 上上
($RU'R URUR U'R'U' RR$)

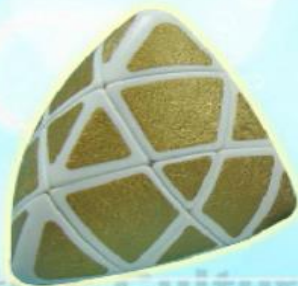




变化的三阶魔方

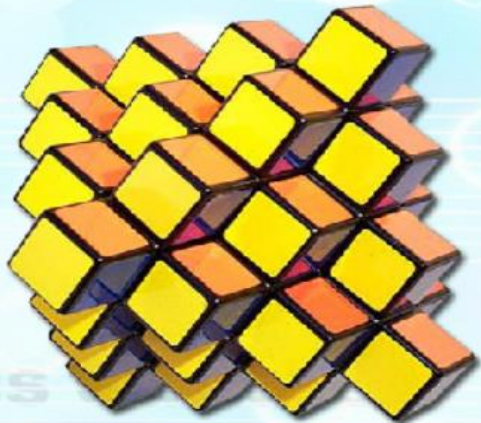
随着三阶魔方热潮的推动，有关它的各种变化和玩法也层出不穷。

外形的变化





Mathematics Culture



Mathematics Culture

规则的创意



镜面不规则魔方



空心魔方

与科技的融合



E-cube



Rubik's TouchCube

贴纸的创意



迷宫贴纸



日历贴纸



图案贴纸



四色贴纸