漫话数学

应用数学
应用数学
应用数学

第10讲 中国数学早期发展简史

主讲: 卜宪敏

课前准备：

- 课本，笔，练习本养成良好的学习习惯
- 点名，组织课堂纪律
- 知识准备：初等数学、经济学相关知识

知识目标

- 了解数学的起源与早期数学发展；
- 理解早期中国数学发展；
- 掌握中国数学的起源.

素质目标

- 具有数学能力和知识迁移能力，会进行计算和初步体会数学思想；
- 养成良好的学习习惯；养成自主、探究、反思的学习习惯；培养对数学的学习兴趣；
- 通过讨论、探究课堂组织和方法培养学生交流沟通，团队合作、竞争自信的职业素质和诚实认真的道德品质；通过输数学电影的赏析，进行数学美德教育 。

能力目标

- 会结合中国数学的起源,体会数学的思想内涵；
- 能理解**周髀算经**蕴含的古代中国人数学家智慧，体会数学的文化内涵；
- 能运用古代数学知识的迁移和运用，体会数学中蕴含的奇妙和美丽。

【引】

1. 数学起源时期： （ 远古—公元前5世纪 ）

建立自然数的概念；认识简单的几何图形；算术与几何尚未分开。

2. 初等数学时期： （ 前6世纪——公元16世纪 ）

也称常量数学时期，这期间逐渐形成了初等数学的主要分支：算术、几何、代数、三角。

该时期的基本成果，构成现在中学数学的主要内容。

这一时期按照地域又分为三个部分：古希腊；东方；欧洲文艺复兴。

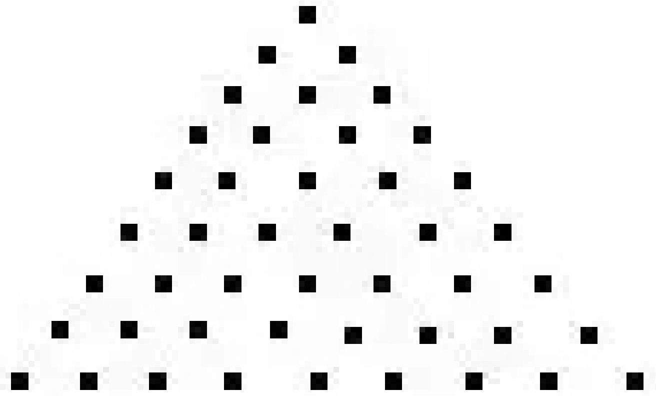
第一讲

《中国数学的起源与早期发展》

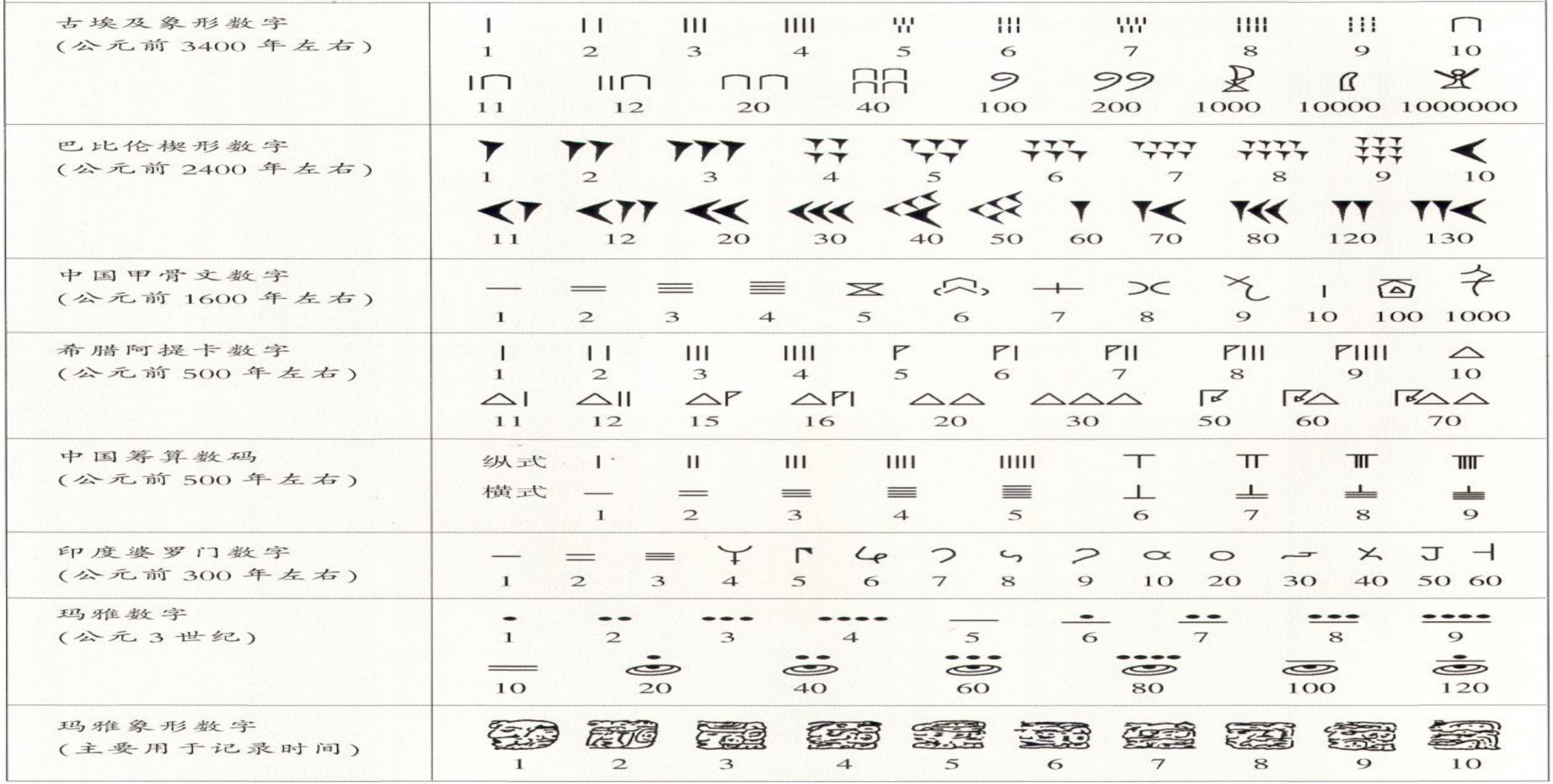
一、数学的起源
二、商周数学
三、春秋战国时代的数学
四、《周髀算经》

一、数学的起源

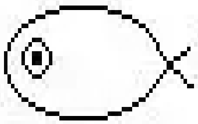
数概念的产生是人类认识史上的一次飞跃，它标志着数学的起源．从出土文物可以看到，在中国，发生这种飞跃的时间不晚于7000年前．例如，这一时期河姆渡(今浙江余姚境内)遗址中的骨耜都有两个孔，许多陶器有三足，一些陶钵底上刻着四叶纹，这是形成“二、三、四”等数的概念的依据．约6000年前的西安半坡遗址中，有的陶器上有整齐排列的点子，数目由一到九(图4．1)，这说明人们已认识了“九”．

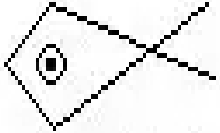


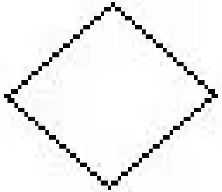
早期记数系统


古埃及象形数字
(公元前 3400 年左右)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 20 40 100 200 1000 10000 1000000
巴比伦楔形数字
(公元前 2400 年左右)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 20 30 40 50 60 70 80 120 130
中国甲骨文数字
(公元前 1600 年左右)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000
希腊阿提卡数字
(公元前 500 年左右)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 15 16 20 30 50 60 70
中国筹算数码
(公元前 500 年左右)
纵式
横式
1 2 3 4 5 6 7 8 9
印度婆罗门数字
(公元前 300 年左右)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30 40 50 60
玛雅数字
(公元 3 世纪)
1 2 3 4 5 6 7 8 9
10 20 40 60 80 100 120
玛雅象形数字
(主要用于记录时间)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

简单几何图形的出现，是数学起源的另一标志．半坡出土的陶器上，有圆、三角形、长方形、菱形等各种几何图形．圆柱形陶纺轮的烧制，表明人们有了圆柱的观念；而造型精致的空心陶球，则说明人们已掌握一些关于球的知识．这些都是萌芽状态中的几何．我们从某些陶器的图案中，可以推测菱形产生的有趣过程，它体现了由具体到抽象的认识规律(图4．2)．


(1)鱼形

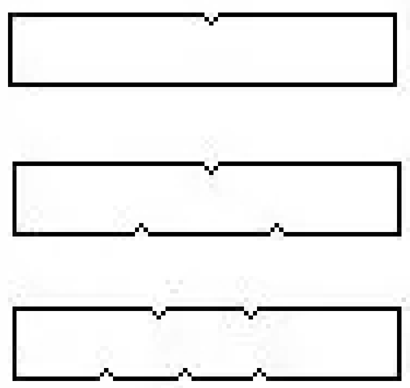

(2)似鱼形


(3)菱形

填空题 5分

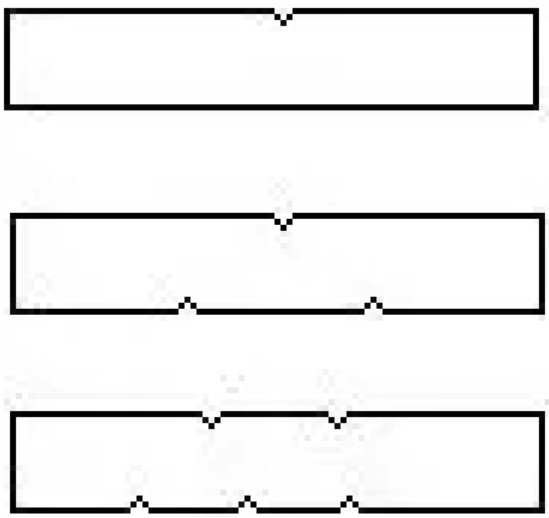
设置

1975年在青海乐都出土的原始社会末期遗物中，有40件带有三角形小口的骨片(图4．3)，这些小口便是用来［填空1］的.



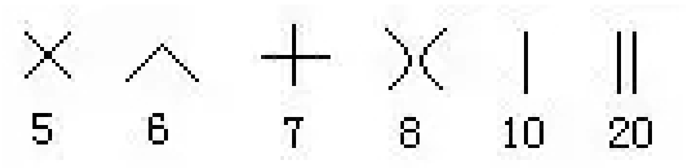
正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

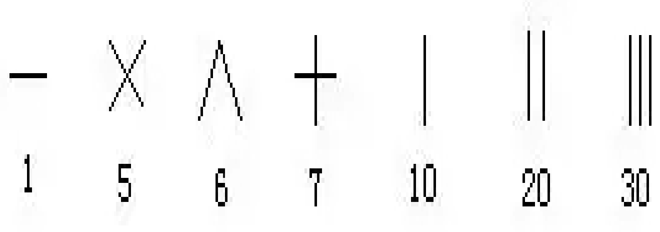


数概念产生之后，原始记数法便随之出现了．《易经》上说：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契．”三国时吴人虞翻在《易九家义》中也说：“事大，大结其绳；事小，小结其绳，结之多少，随物众寡．”这些记载表明，结绳记数是原始社会普遍使用的一种记数方法．刻划记数是比结绳记数进步的一种记数法，也产生于原始社会．人们在竹、木或骨片上面刻出一个个小口，表示一定的数目，这大概就是《易经》所说的契．例如1975年在青海乐都出土的原始社会末期遗物中，有40件带有三角形小口的骨片(图4．3)，这些小口便是用来记数的．

中国最早的数字出现于原始陶器，可称之为陶文．例如，半坡出土的陶器上就有如下数字符号：



陕西姜寨出土的陶器(约6000年前)上也有类似的数字：很明显，这些数字都属十进制系统．

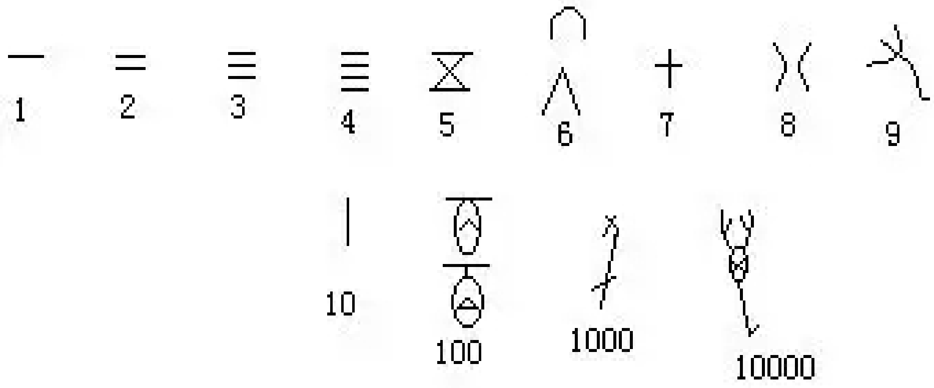


二、商周数学

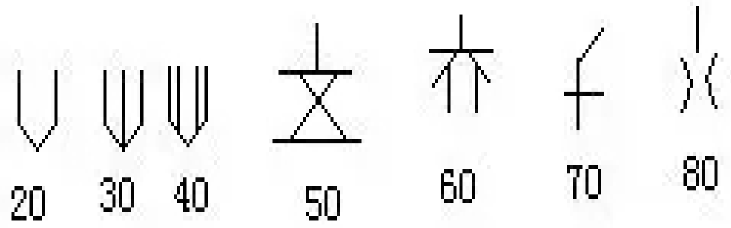
大约4000年前夏朝的建立，标志着中国进入了奴隶社会．随着社会的发展，商代出现了比较成熟的文字---甲骨文，西周则演变为金文，即刻在青铜器上的铭文．

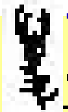
1．甲骨文中的数字

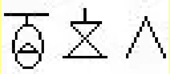
商代甲骨文表明，当时已有比较完整的数字系统．从1到10的每个整数，以及100，1000，10000，都有相应的符号表示：



十、百、千、万的倍数多用合文，例如10的倍数



在甲骨文中，最大的数是三万，写作 ．

人们能表示三万以内的任何自然数(也许更多)，例如156写作 

甲骨文中的数字，大部分联系着实物，如五十犬，三十羊．也有一些甲骨上的数字是独立出现的，人们曾在一片龟甲上发现了10以内的全部自然数，没有和实物连在一起，说明商代已经有了抽象的自然数概念．

单选题 5分

设置

商代数学中，（　　）进制已相当完善了，这是中国人民的一项杰出创造，在世界数学史上有重要意义．

A　十

B　二十

C　二

D　六十

提交

2．记数和运算

商代数学中，十进制已相当完善了，这是中国人民的一项杰出创造，在世界数学史上有重要意义．著名的英国科学史家李约瑟(J．Needham，1900---1995)说：“如果没有这种十进制，就几乎不可能出现我们现在这个统一化的世界了．”

对甲骨文的研究表明，商朝人已经会做自然数的加、减法和简单乘法了，遗憾的是不知道他们的具体算法，因为甲骨文记录的只是运算结果，而没有运算过程．

周代记数法与商代相比，有---个明显的进步，就是出现了位值记数．如20世纪70年代出土的一个中山国铜灯铭文中，355记作 
末位的五表示个位五，而前一个五表示五十，两个五间没有用十隔开．这说明当时已有了位值的观念，只是应用不多，还未形成系统的制度．

3．干支纪年法

六十循环的“天干地支”记数法，是商代数学的又一个成就．这种方法主要用于历法，可称干支纪年法．天干有10个，即**甲**、**乙**、**丙**、**丁**、**戊**、**己**、**庚**、**辛**、**壬**、**癸**；地支有12个，即**子**、**丑**、**寅**、**卯**、**辰**、**巳**、**午**、**未**、**申**、**酉**、**戌**、**亥**．天干与地支相配，共得60个不同单位---以甲子开始，以癸亥告终．然后又是甲子，如此循环不断．中国农历至今还使用这种方法．

三、春秋战国时代的数学

春秋战国时代，中国正经历着由奴隶社会到封建社会的巨大变革，学术思想十分活跃．这一时期形成的诸子百家，对科学文化影响极大．数学园地更是生机盎然，朝气勃勃．

值得注意的是，人们在商代甲骨文和西周金文的基础上，逐渐懂得把字写在竹片(或木片)上，用绳子穿成册，这就是早期的书．写上字的竹片称为简，或竹简．春秋战国的大批数学成果，便是通过竹简流传下来的．


小孔成像

1．几何与逻辑

《墨经》中讨论的几何概念可以看作数学理论研究在中国的最初尝试．《墨经》是以墨翟(约公元前490---前405)为首的墨家学派的著作，包括光学、力学、逻辑学、几何学等各方面问题．它试图把形式逻辑用于几何研究，这是该书的显著特色．在这一点上，它同欧几里得(Euclid，约公元前330—前275)《几何原本》相似，一些几何定义也与《原本》中的定义等价．下面略举几例：

（1）“平，同高也”---两线间高相等，叫平．这实际是平行线的定义．
（2）“同长，以正相尽也”---如果两条线段重合，就叫同长．
（3）“中，同长也”---到线段两端的距离相同的点叫中(点)．
（4）“圆，一中同长也”---到一个中心距离相同的图形叫圆．

《墨经》中依次给出点、线、面等基本几何图形的定义，这些图形的名称分别为端、尺、区．在研究线的过程中，墨家明确给出“有穷”及“无穷”的定义：“或不容尺，有穷；莫不容尺，无穷也．”即：用线段去量一个区域，若能达到距边缘不足一线的程度，叫有穷；若永远达不到这种程度，叫无穷．

《墨经》中还有一条重要记载：“小故，有之不必然，无之必不然．大故，有之必然．”用现代语言说，大故是“充分条件”而小故则是“必要条件．”大故和小故的区分，在哲学史和数学史上都是十分重要的事件．

可惜的是，随着墨家的衰落，墨家数学理论在形成体系之前便夭折了．

2．算术

到公元前四、五世纪时，分数已在中国广泛应用了，有些分数还有特殊名称，如$\frac{1}{2}$叫半，$\frac{1}{3}$叫少半，$\frac{2}{3}$叫大半。位值制和整数四则运算已被熟练掌握，《考工记》中还有简单的分数运算，例如$1-\frac{1}{3}=\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}=$（书中用汉字表示）。

春秋战国时代，“九九歌”已是家喻户晓的常识了．《管子》等书中便记载着九九歌诀，顺序与今不同，是从“九九八十一”起，到“一一如一”止．至于改为“一一如一”到“九九八十一”的顺序，则是宋元时代的事情了．

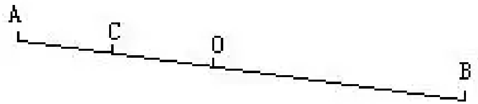
3．对数学中“无限”的认识

有限与无限的矛盾，是数学中的一对基本矛盾．对这一问题认识的不断深化，推动着古今数学的发展．

据战国时成书的《庄子》记载，惠施曾提出“至大无外，谓之大一；至小无内，谓之小一”的观点．其中“大一”、“小一”可理解为无穷大，无穷小．这段话的意思是：大到没有外部，称为无穷大；小到没有内部，称为无穷小．书中“一尺之棰，日取其半，万世不竭”的著名命题，可以看作是对“小一”的发挥．一尺长的木棒，第一天取它的一半，第二天取剩下那一半的一半，如此不断地取下去，

永远也取不完。即第一天取$\frac{1}{2}$，第二天取$\frac{1}{2^2}$，第n天取$\frac{1}{2^n}$，不管n多大，$\frac{1}{2^n}$总不为0，其中体现了物质无限可分的思想。

同《庄子》一样，《墨经》中也讨论了分割物体的问题．但墨家反对物质的无限可分．他们认为，如果把一条线段分成前后两半(比如以左为前，以右为后)，保留前半而弃去后半(图4．4中OB)，再弃去前半的后半(即CO)，如此不断地分割和取舍，剩余部分小到不能再分为两半，就是端(A点)．如果采用前后取的办法，即第一次取线段前半，第二次取前半的后半，第三次取后半的前半，……取到最后，也会出现一个不可分割的端，这个端在线段中间而不在边缘(位于CO之间)，这就是《墨经》所云“前则中无为半，犹端也；前后取，则端中也”．很明显，这种思想与近代极限理论是相符的．数学分析中用区间套来限定数轴上一个实数点的方法与此类似．所以，我们可以把这种分割思想看作区间套原理的雏型，其中蕴含着“点是线段无限分割之极限”的思想．



填空题 5分

设置

《[填空1] 》是中国最古老的书籍之一，书中通过阴阳卦爻预言吉凶．“--”是阳爻，“--”是阴爻，合称“两仪”．在两种卦爻中每次取3个，共有 2 3 ＝8种排列，这就是八卦

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

4. 组合数学的萌芽

组合数学虽是现代数学的分支，它的思想却可以追溯到遥远的古代．春秋时期成书的《易经》便含有组合数学的萌芽．

《易经》是中国最古老的书籍之一，书中通过阴阳卦爻预言吉凶．“--”是阳爻，“--”是阴爻，合称“两仪”．每次取两个，按不同顺序排列，生成“四象”；每次取三个，生成八卦(图4．5)；每次取六个，则生成六十四卦．四象、人卦与六十四卦的排列，相当于组合数学中的有重排列：从n种元素中每次取r个，共有nr种排列法．例如，在两种卦爻中每次取3个，共有23＝8种排列，这就是八卦．

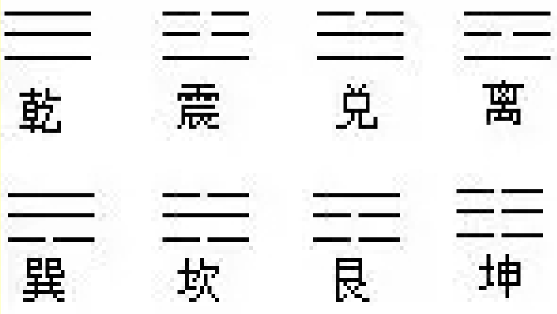


图4.5 八卦

德国数学家莱布尼茨(G. W. Leibniz, 1646---1716)发明二进制后不久，见到了传教士白晋(J. Bouvet, 1656---1730)从中国寄去的八卦. 莱布尼茨认为，八卦中蕴含着二进制思想，因此惊叹不已. 实际上，若把“--”和“--”两种卦爻用1和0代替，八卦就可表示为

000(坤) 001(震) 010(坎) 011(兑)

100(艮) 101(离) 110(巽) 111(乾)

莱布尼茨说八卦是“流传于宇宙的科学中最古老的纪念物”，这项发明“对于中国人民实在是值得庆幸的事情”，并因此产生对中国古代文明的崇敬，热烈地希望到中国来. 由于种种原因，他未能如愿，便托人把自己亲手制造的手摇计算机送往中国，成为中、德关系史上的一段佳话.

单选题 1分

设置

（　）在中国数学史上占有非常重要的地位，在长达两千年的时间里，算筹一直是中国的主要计算工具，直到元明时代才逐渐被珠算所代替.

A 算筹

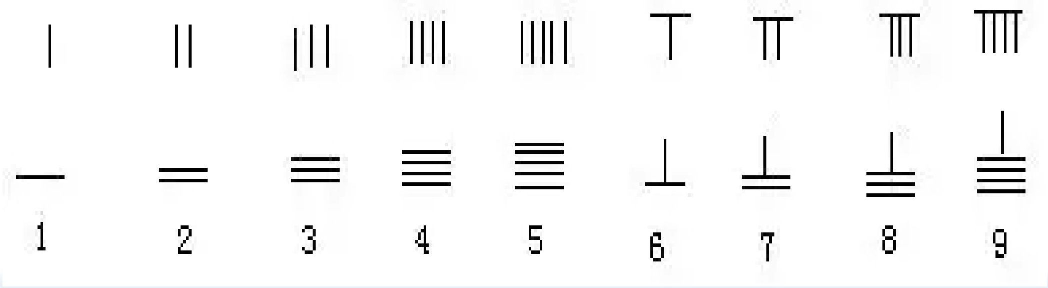
B 珠算

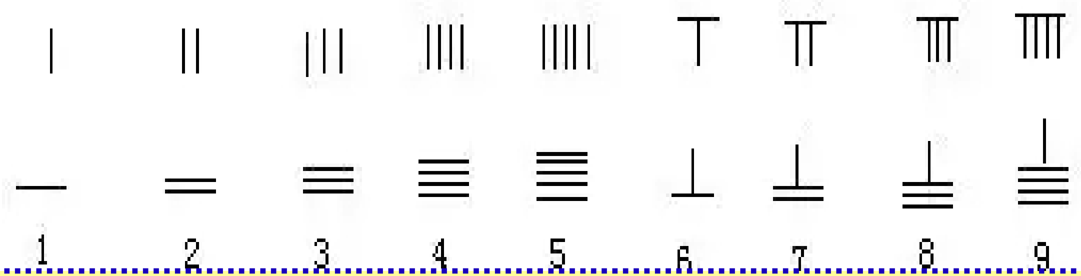
提交

5．早期的数学工具---算筹与规、矩

算筹即用于计算的小竹棍(也有木质、骨质或金属材料的算筹)，它是中国人创造的计算工具．春秋战国时代，算筹的使用已相当普遍，书中多有记载，如“孟子持筹而算之”（《十发》），“善计者不用筹策”（《老子》），等等．1954年在长沙的一座战国楚墓中挖出一个竹筒，内装竹棍40根，长短一致，约12厘米，是为算筹之实物．

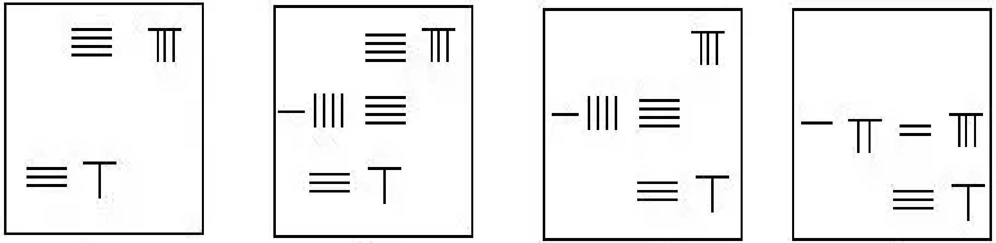
用筹进行计算称为筹算．据文献记载，筹式有纵横两种：





(图中第一行为纵式，第二行为横式)算筹的摆法是纵横相间，从右到左：个位为纵，十位为横，百位为纵，千位为横……，遇零则空位．例如2561摆成  ，308摆成 ．

筹算加减法与今珠算类似，从左到右逐位相加或相减即可．筹算乘除法的步骤稍微复杂一些．二数相乘(如48×36)时，先用筹摆一数于上，一数于下，并使下数的末位和上数首位对齐(图4．6(1))，按从左到右的顺序用上数首位乘下数各位，把乘得的积摆在上下二数中间(图4．6(2))，然后将上数的首位去掉、下数向右移动一位(图4·6(3))，再以上数第二位乘下数各位，加入中间的乘积，并去掉上数第二位(图4．6(4))．直到上数各位用完，中间的数便是结果．筹算除法也分三层，上层是商；中层是被除数，叫实；下层是除数，叫法．


(1) (2) (3) (4)

算筹在中国数学史上占有非常重要的地位，在长达两千年的时间里，算筹一直是中国的主要计算工具，直到元明时代才逐渐被珠算所代替．

筹算的优点是简便、灵活，用一些小竹木棍便可进行复杂的计算．它的缺点是中间步骤不能保留，因此不便于检验．另外，过分依赖于算具，也不利于数学的符号化和抽象化．

规、矩是两种测绘工具．规即圆规，矩是直角拐尺，用来画直线形．商代甲骨文中已有规和矩的象形字，所以它们最迟在商代已经出现．春秋战国时期，这两种工具被普遍用于测量和几何作图．

单选题 5分

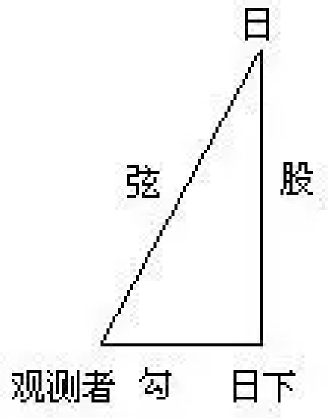
设置

1. **勾股定理**

在中国，（）是第一部记载勾股定理的书．该书云：“求邪(斜)至日者，以日下为勾，日高为股，勾股各自乘，并而开方除之。

A 周髀算经

B 九章算术



得邪至日．”即邪至日(弦) = $\sqrt{勾^2 + 股^2}$(图4．7)．

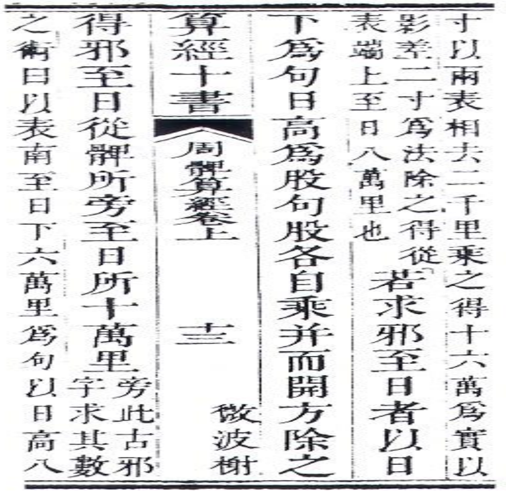
提交

四、《周髀算经》

《周髀》是西汉（前2世纪）初期的一部天文、数学著作．髀是量日影的标杆(亦称表)，因书中记载了不少周代的天文知识，故名《周髀》．唐初凤选定数学课本时，取名《周髀算经》．

中国的《周髀算经》（公元前200年成书）中记载的某些数学史，属于该时期.宋刻本《周髀算经》，（西周，前1100年）（上海图书馆藏）

1. 勾股定理


寸以兩表相去二千里乘之得十六萬爲實以
影差二寸爲法除之得從
表端上至日八萬里也
若求邪至日者以日
下爲句日高爲股句股各自乘并而開方除之
算經十書
周髀算經卷上 十三 微波榭
得邪至日從髀所旁至日所十萬里
旁此古邪
字求其數
之術日以表南至日下六萬里爲句以日高八

《周髀算经》中勾股定理的记载

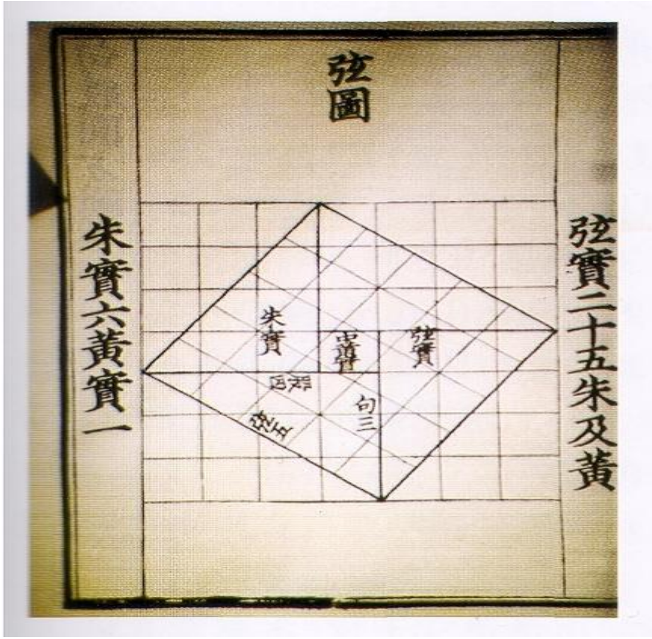
宋刻本《周髀算经》（上海图书馆藏）

《周髀算经》中的“勾股定理”（约公元前700年）《周髀算经》卷上记载西周开国时期周公与大夫商高讨论勾股测量的对话，商高答周公问时提到“勾广三　股修四　经隅五”，这是勾股定理的特例。

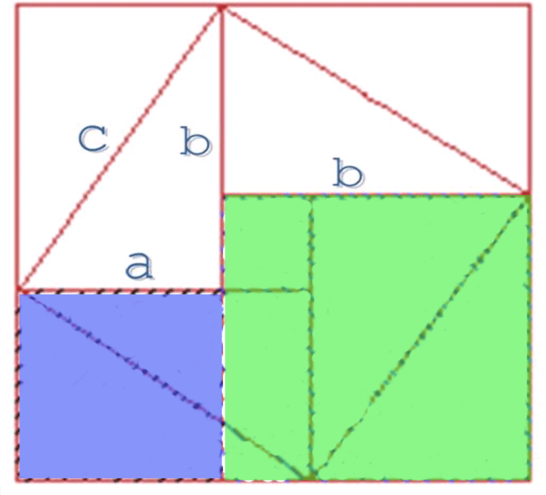
卷上另一处叙述周公后人荣方与陈子（约公元前6、7世纪）的对话中，则包含了勾股定理的一般形式：“……以日下为勾，日高为股，勾股各自乘，并而开方除之，得邪至日。”

中国数学史上最先完成勾股定理证明：公元3世纪三国时期的赵爽

赵爽注《周髀算经》，作“勾股圆方图”，其中的弦图，相当于运用面积的“出入相补”方法，证明了勾股定理。



《周髀算经》中**赵爽的弦图**的记载



第24届“国际数学家大会”（ICM）

国际数学家大会是规模最大、水平最高的全球性数学科学学术会议。自 1897 年在瑞士苏黎世举行了第一次国际数学家大会以来，已举办了 24 届。 2002 年，第 24 届国际数学家大会于 8 月 20 日至 28 日在北京举行并取得圆满成功。这是 100 多年来中国第一次主办国际数学家大会，也是发展中国家第一次主办这一大会。

社会的进步依赖于科学的创新，而数学对于科学的发展则具有根本的意义。在今天，数学已成为高科技的基础，并且可以说是现代文明的标志。21 世纪数学的发展是很难预测的，它一定会超越 20 世纪，开辟出一片崭新的天地，希望中国未来的数学家能够成为开辟这片新天地的先锋。

为2002北京“国际数学家大会”发行的纪念邮资明信片 JP108

2．等差数列

《周髀算经》中的“七衡”便是一等差数列．七衡是七个等距离的同心圆，已知最里面的圆径为238000里，相邻两圆间距离为$19833\frac{1}{3}$里，书中给出计算各圆径的一般法则：“欲知次衡径，倍而增内衡之径．二之以增内衡径，得三衡径．次衡放(仿)此．”这相当于给出通项公式

$D_n = D_1 + (n-1)\cdot 2d$，其中d为相邻两圆间的距离．

3．内插法

所谓内插法，是已知若干自变量所对应的函数值，求这些自变量之间其他自变量对应的函数值的一种方法，古代常用来推算日、月、五星(即金星、木星、水星、火星、土星)的行度，为制订历法服务．内插分两种---等间距内插和不等间距内插．等间距指的是自变量的间距相等．设自变量x，等间距h，函数关系为f，若函数值之差　　f(x＋nh)-f(x＋(n－1)h)(即一次差，其中n=1，2，…)为一不等于0的常数，则用一次内插法；若这些函数值之差的差(即二次差)为一不等于0的常数，则用二次内插法，依此类推．用现代数学的观点来看，n次内插法反映的是n次函数关系．

3．内插法

《周髀算经》中的内插法是最简单的等间距一次内插法．已经测得二十四节气中冬至、夏至的日影①长，推算其他节气的日影长．假定每两个节气的时间间隔相等，并以f(a)，f(b)表示夏至及冬至的日影长，则有

$$f(n)=f(a)+n\Delta,\ \Delta=\frac{1}{12}(f(b)-f(a))。$$

其中f(n)是从夏至到冬至的第n个节气的日影长，Δ被称为损益数．

4．相似形与测量术

《周髀算经》中记载着商高的“用矩之道”：“平矩以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远，环矩以为圆，合矩以为方．”头一句是说用矩的一边测量一线是否直线，第五、六句是用矩画圆、画方的方法．第二、三、四句是相似直角三角形的应用：把矩的一边垂直向上去测量高度，把矩的一边垂直向下测量深度，把矩平放去测量地面上两点间距离．

4. 相似形与测量术

下面以第二句为例说明测量方法：设AB为矩的一边，BC是矩的另一边由顶点到视线的一段，AD为图4．8所示之可测距离，

DE 为所求，则由 $\frac{BC}{AB}=\frac{DE}{AD}$，得

$$DE=\frac{BC\times AD}{AB}$$

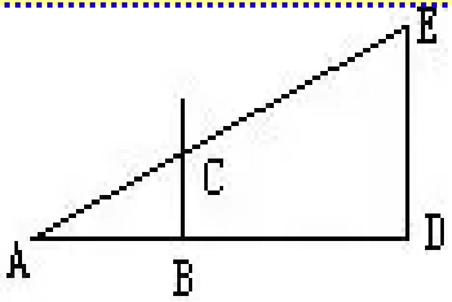


图4.8 偃矩以望高

其中显然用到了相似原理，可见当时的人们已懂得相似三角形的一些性质了.

第二讲

中国初等数学发展

(1) 中国（公元2世纪——15世纪）

西汉（前2世纪）

——《周髀算经》、《九章算术》

魏晋南北朝（公元3世纪——5世纪）

——刘徽、祖冲之---------出入相补原理，割圆术，算

单选题 5分

设置

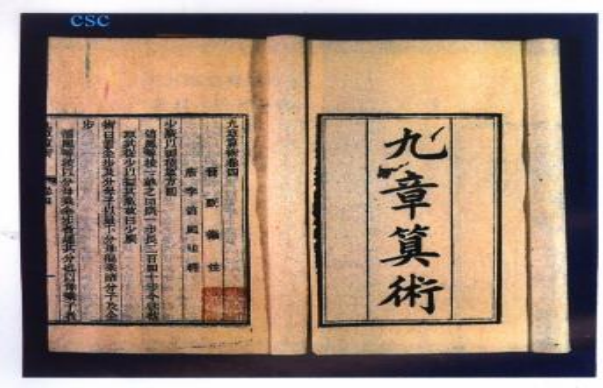
《周髀算经》、《九章算术》成书于（）朝代。

A 西汉

B 东汉

C 唐朝

D 元朝



提交

多选题 1分

设置

魏晋南北朝（公元3世纪——5世纪）著名的数学家有

A 刘徽

B 祖冲之

C 赵爽

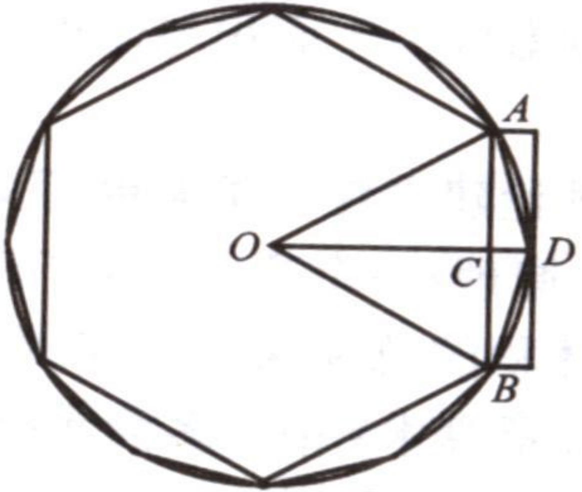
D 杨辉

提交

“中国古代数学第一人”

刘徽（约公元3世纪）

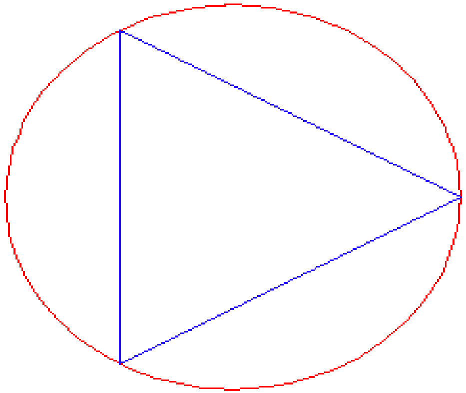
上次谈到



割圆术

极限

- **例刘徽**运用割圆术算出圆周率π.
- 东汉科学家**张衡**：π=3.16;东汉天文学家**王蕃**：π=3.156
- 三国时代数学家**刘徽**：割圆术，用圆的内接正*n*边形周长逼近圆周．*n*无限增大时，其周长无限接近圆周π*d*，算出π=3.1416。南北朝数学家**祖冲之**：用刘徽割圆术计算11次，分割圆为12288边形，π=3.14159265 ，成为此后千年世界上最准确的圆周率。



第24届“国际数学家大会”（ICM）2002年北京

INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICIANS

国际数学家大会是规模最大、水平最高的全球性数学科学学术会议。自 1897 年在瑞士苏黎世举行了第一次国际数学家大会以来，已举办了 24 届。 2002 年，第 24 届国际数学家大会于 8 月 20 日至 28 日在北京举行并取得圆满成功。这是 100 多年来中国第一次主办国际数学家大会，也是发展中国家第一次主办这一大会。

社会的进步依赖于科学的创新，而数学对于科学的发展则具有根本的意义。在今天，数学已成为高科技的基础，并且可以说是现代文明的标志。21 世纪数学的发展是很难预测的，它一定会超越 20 世纪，开辟出一片崭新的天地，希望中国未来的数学家能够成为开辟这片新天地的先锋。

主观题 10分

设置

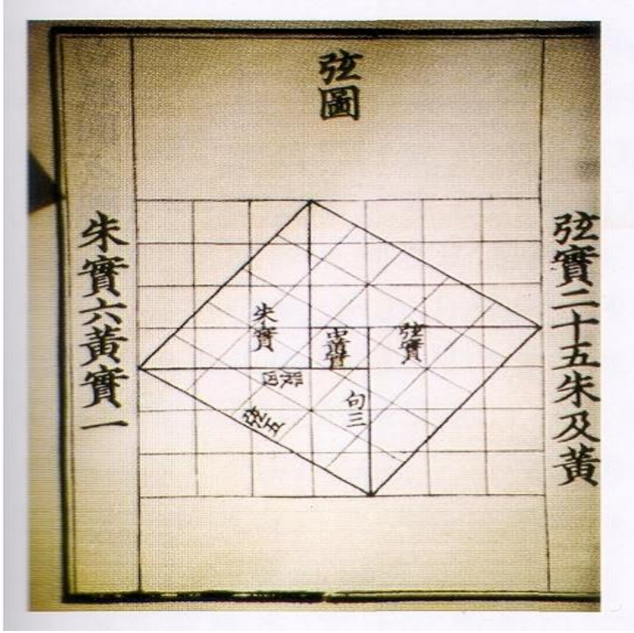
该会标的涵义？

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

宋刻本《周髀算经》，

（上海图书馆藏）



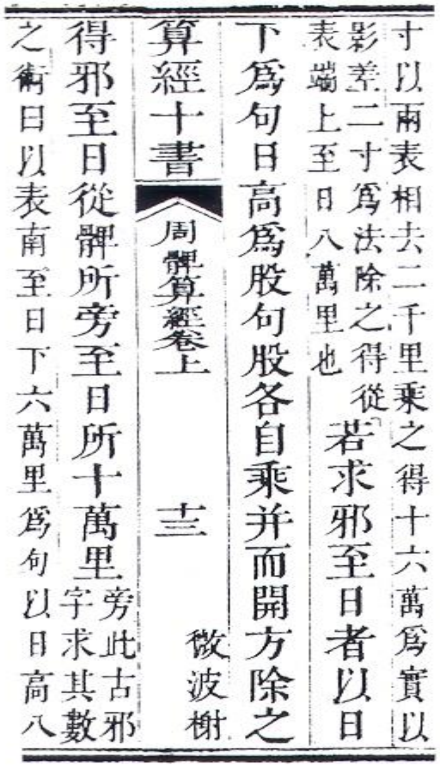
第24届“国际数学家大会”会标

《周髀算经》中的 “勾股定理”

（约公元前700年）

《周髀算经》卷上记载西周开国时期周公与大夫商高讨论勾股测量的对话，商高答周公问时提到“勾广三股修四　　经隅五”，这是勾股定理的特例。

卷上另一处叙述周公后人荣方与陈子（约公元前6、7世纪）的对话中，则包含了勾股定理的一般形式：“……以日下为勾，日高为股，勾股各自乘，并而开方除之，得邪至日。”



寸以兩表相去二千里乘之得十六萬爲實以影差二寸爲法除之得從表端上至日八萬里也

若求邪至日者以日下爲句日高爲股句股各自乘并而開方除之

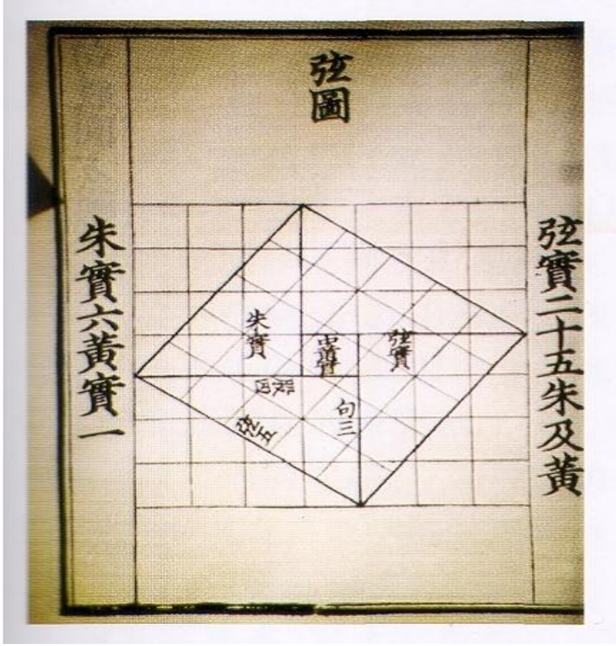
算經十書

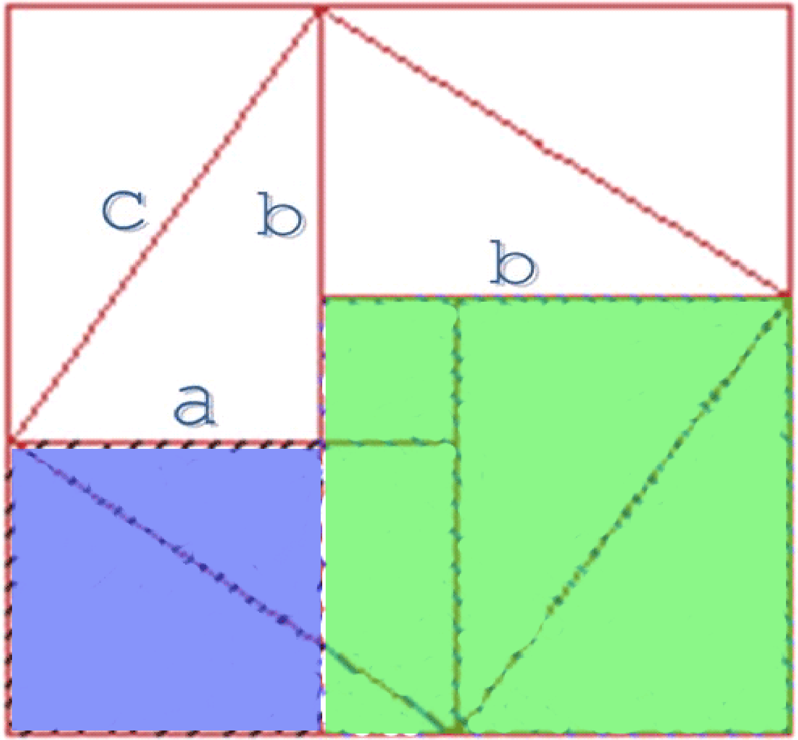
周髀算經卷上　三　微波榭

得邪至日從髀所旁至日所十萬里旁此古邪字求其數之術日以表南至日下六萬里爲句以日高八

上次谈到

中国数学史上最先完成勾股定理证明：公元3世纪三国时期的赵爽。赵爽注《周髀算经》，作“勾股圆方图”，其中的　　弦图，相当于运用面积的“出入相补”方法，证明了勾股定理。如图


弦圖
弦實二十五朱及黃
朱實六黃實一
朱實
中黃實
弦實
股四
句三
弦五


c
b
b
a

祖冲之（公元429-500年）

多选题 5分

设置

数学界的宋元四大家是（）

A 李冶 (1192～1279)

B 秦九韶（约1202～约1261)

C 杨辉 (13世纪下半叶)

D 朱世杰（13世纪末～14世纪初)

提交

宋元时期　（公元10世纪——14世纪）

宋元四大家——李冶　（1192～1279）、

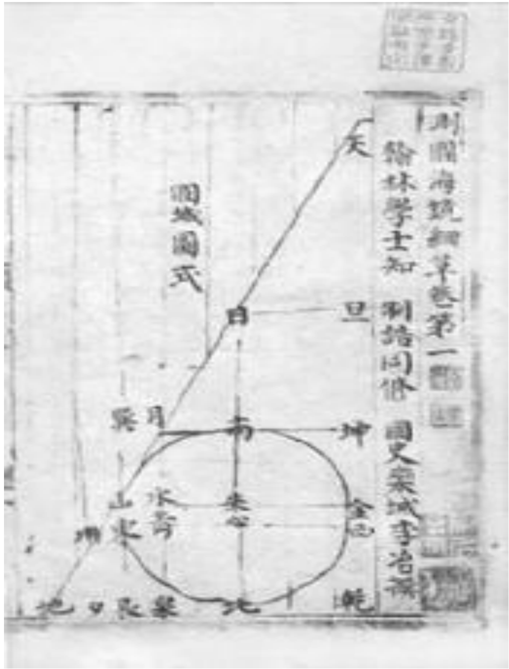
秦九韶（约1202～约1261）、

杨辉　（13世纪下半叶）、

朱世杰（13世纪末～14世纪初）

天元术、正负开方术 —— 高次方程数值求解；

大衍总数术　—— 一次同余式组求解



《测圆海镜》中的"识别杂纪"

李冶(1192-1279)是中国古代数学家，原名李治，字仁卿，号敬斋，金代真定府栾城县(今河北省栾城县)人。李冶生于大兴(今北京市大兴区)，父亲李通为大兴府推官。李冶自幼聪敏，喜爱读书，曾在元氏县(今河北省元氏县)求学，对数学和文学都很感兴趣。《元朝名臣事略》中说："公(指李冶)幼读书，手不释卷，性颖悟，有成人之风。"1230年，李冶在洛阳考中词赋科进士，任钧州(今河南禹县)知事，为官清廉、正直。1232年，钧州城被蒙古军队攻破。李冶不愿投降，只好换上平民服装，北渡黄河避难。经过一段时间的颠沛流离之后，李冶定居于崞山(今山西崞县)之桐川。1234年初，金朝终于为蒙古所灭。金朝的灭亡给李冶生活带来不幸，但由于他不再为官，这在客观上使他的科学研究有了充分的时间。他在桐川的研究工作是多方面的，包括数学、文学、历史、天文、哲学、医学。其中最有价值的工作是对**天元术**进行了全面总结，写成数学史上的不朽名著--**《测圆海镜》**。他的工作条件是十分艰苦的，不仅居室狭小，而且常常不得温饱，要为衣食而奔波。但他却以著书为乐，从不间断自己的写作。据《真定府志》记载，李冶"聚书环堵，人所不堪"，但却"处之裕如也"。他的学生焦养直说他："虽饥寒不能自存，亦不恤也"，在"流离顿挫"中"亦未尝一日废其业"。经过多年的艰苦奋斗，李冶的《测圆海镜》终于在l248年完搞。它是**我国现存最早的一部系统讲述天元术的著作**。

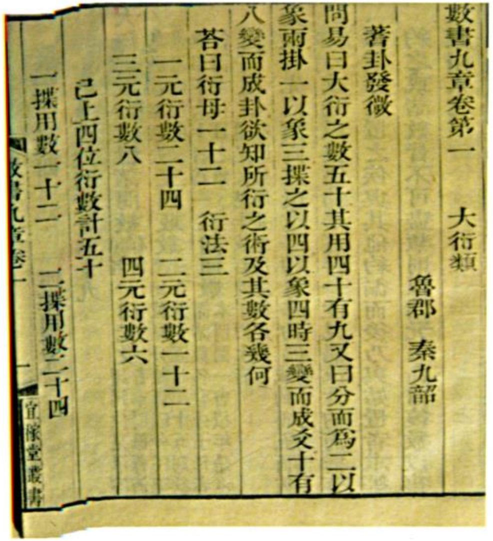
1251年，李冶的经济情况有所好转，他结束了在山西的避难生活，回元氏县封龙山定居，并收徒讲学。1257年在开平(今内蒙古正蓝旗)接受忽必烈召见，提出一些进步的政治建议。l259年在封龙山写成另一部数学著作-—**《益古演段》**。1265年应忽必烈之聘，去燕京(今北京)担任翰林学士知制诰同修国史官职，因感到在翰林院思想不自由，第二年辞耿还乡。李冶是一位多才多艺的学者，除数学外，在文史等方面也深有造诣。他晚年完成的《敬斋古今注》与《泛说》是两部内容丰富的著作，是他积多年笔记而成的。《泛说》一书已失传，仅存数条于《敬斋古今注》附录。他还著有《文集》四十卷与《壁书丛制》十二卷，已佚。1279年，李冶病逝于元氏。李冶在数学上的主要成就是总结并完善了天元术，使之成为中国独特的半符号代数。这种**半符号代数**的产生，要**比欧洲早三百年左右。他的《测圆海镜》是天元术的代表作，而《益古演段》则是一本普及天元术的著作。**

秦九韶的计算“程序”

实	a_n	$r'_{n-1}c+a_n=r'_{n-1}(=\bar{a}_n)$				
方	a_{n-1}	$r'_{n-2}c+a_{n-1}=r'_{n-1}$	$r^2_{n-2}c+r'_{n-1}=r^2_{n-1}(=\bar{a}_{n-1})$	……		
上廉	a_{n-2}	$r'_{n-3}c+a_{n-2}=r'_{n-2}$	$r^2_{n-3}c+r'_{n-2}=r^2_{n-1}$			
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			
廉	$\vdots$			……		
	a_3	$r'_2c+a_3=r'_3$	$r^2_2c+r'_3=r^2_3$	……		
	a_2	$r'_1c+a_2=r'_2$	$r^2_1c+r'_2=r^2_2$	……		
下廉	a_1	$a_0c+a_1=r'_1$	$a_0c+r'_1=r^2_1$	……	$a_0c+r_1^{n-1}=r_1^n(=\bar{a}_1)$	
隅	a_0	a_0	a_0		a_0	$a_0(\bar{a}_0)$

秦九韶的《数书九章》
卷一“大衍总数术”

编号	一组	二组	三组
	3和5的公倍数	3和7的公倍数	5和7的公倍数
最小公倍数	15	21	35
其它公倍数	30	42	70
	45	63	105
	60	84	140
	75	105	175
	90	126	210
	105	147	245
	……	……	……



數書九章卷第一　大衍類

魯郡　秦九韶

蓍卦發微

問易曰大衍之數五十其用四十有九又曰分而爲二以象兩掛一以象三揲之以四以象四時三變而成爻十有八變而成卦欲知所衍之術及其數各幾何

荅曰衍母一十二　衍法三

一元衍數二十四　二元衍數一十二

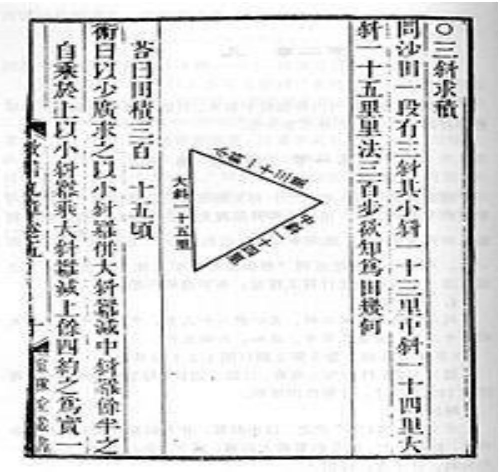
三元衍數八　四元衍數六

已上四位衍數計五十

一揲用數一十二　二揲用數二十四

數書九章卷一

宜稼堂叢書



〇三斜求積

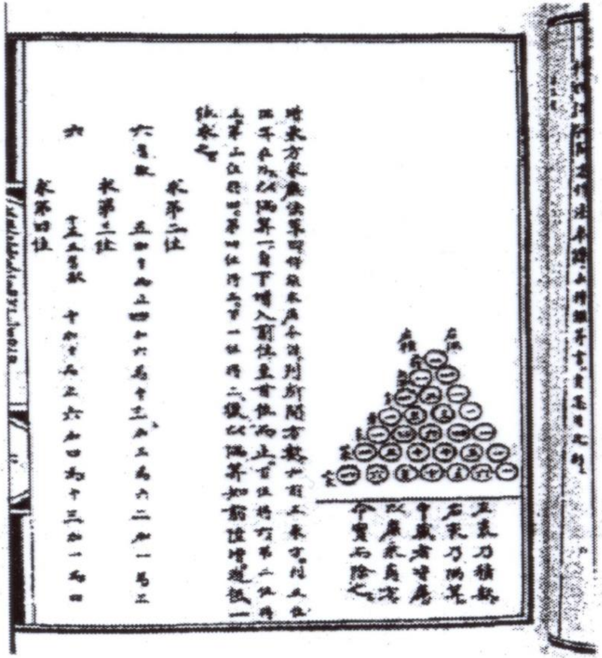
問沙田一段有三斜其小斜一十三里中斜一十四里大斜一十五里里法三百步欲知爲田幾何

荅曰田積三百一十五頃

術曰以少廣求之以小斜冪并大斜冪減中斜冪餘半之自乘於上以小斜冪乘大斜冪減上餘四約之爲實一

“贾宪三角”，
也称“杨辉三角”

杨辉

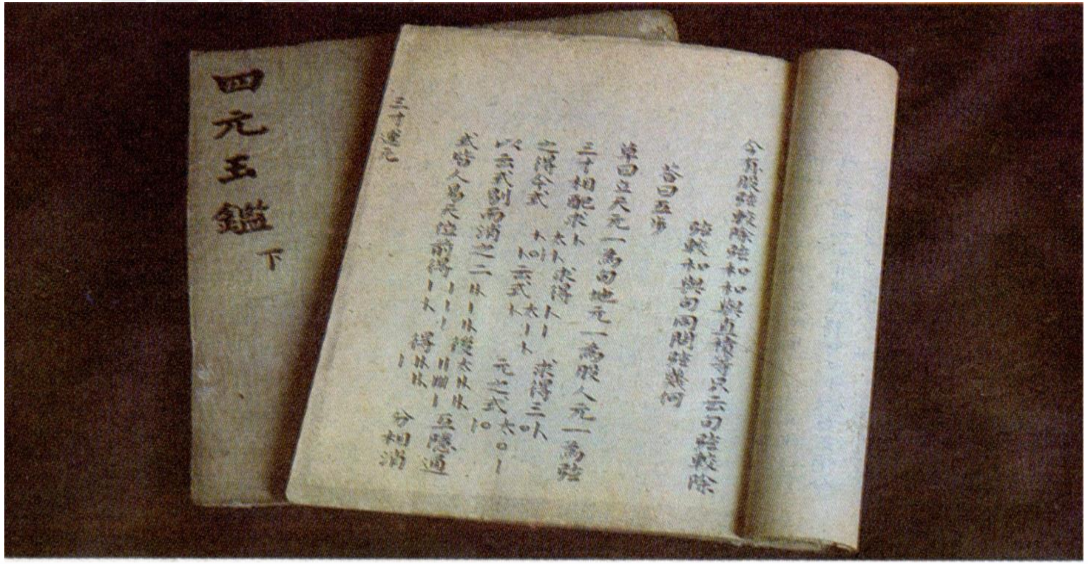


左袤乃積數
右袤乃隅算
中藏者皆廉
以廉乘商方
命實而除之

朱世杰的《四元玉鉴》

四元高次方程组，（天、地、人、物 —— X、Y、Z、W）

（ “天元基金” ）



（2）印度

现代记数法（公元8世纪）——印度数码，有0，负数；

十进制（后经阿拉伯传入欧洲，也称阿拉伯记数法）

数学与天文学交织在一起

阿耶波多——《阿耶波多历数书》（公元499年） 开创弧度制度量

婆罗摩笈多——《婆罗摩修正体系》、《肯特卡迪亚格》 代数成就可贵

婆什迦罗——《莉拉沃蒂》、《算法本源》（12世纪） 算术、代数、组合学

（3）阿拉伯国家（公元8世纪——15世纪）

花拉子米——《代数学》（阿拉伯文《还原与对消计算概要》）曾长期作为欧洲的数学课本，“代数”一词，即起源于此；阿拉伯语原意是“还原”，即“移项”；此后三、四百年，代数学的内容，主要是解方程。

阿拉伯学者在吸收、融汇、保存古希腊、印度和中国数学成果的基础上，又有他们自己的创造，使阿拉伯数学对欧洲文艺复兴时期数学的崛起，作了很好的学术准备。

阿布尔．维法　　　　奥马尔．海亚姆

3）欧洲文艺复兴时期（公元16世纪——17世纪初）

（1）方程与符号

意大利 — 塔塔利亚、卡尔丹、费拉里三次方程的求根公式

法国 — 韦达 引入符号系统，代数成为独立的学科

“算法家”与“算盘家”的比赛

韦达

（2）透视与射影几何

画家 － 布努雷契、柯尔比、迪勒、达．芬奇

数学家 － 阿尔贝蒂、德沙格、帕斯卡、拉伊尔

（3）对数

简化天文、航海方面烦杂计算，把乘除转化为加减。

英国数学家 － 纳皮尔

【课后线上】自学智慧树《文化艺术创作中的数学元素》

第五章数学抽象与艺术的美丽邂逅

5.1透视画与几何学并驾齐驱

5.1.1人性觉悟的时代

5.1.2透视画的诞生与射影几何学发展

5.1.3最懂数学的艺术家——丢勒

5.1.4丢勒名作《忧郁》中的数学密码

5.1.5最完美的艺术家

5.1.6达芬奇艺术创作中的科学创造

5.1透视画与几何学并驾齐驱