

漫话数学

文创数学
文创数学

文创数学

万物皆数-希腊的先哲们
主讲:卜宪敏



文创
数学



【线上学习】——智慧树平台《文创数学》

3.1.4芝诺悖论

3.1.5古希腊数学概述与芝诺哲学

3.1.6中国古典极限哲学

3.1.7刘徽和割圆术

3.1.8数学家柯西

3.1.9哲学是推动社会变革的力量

3.2第三次数学危机

3.3数学无限的人文境界

3.3.1诗歌中的无限哲学、

3.3.2理性探索中的感性——埃舍尔的极限艺术

【题记】

“哪里有数，哪里就有美。”——普罗克罗斯，希腊哲学家



M.克莱因：“埃及人和古巴比伦人所积累的数学知识就像空中楼阁，或用沙子砌成的房屋。一触即溃；而希腊人建造的却是一座座坚不可摧的宫殿。”

希腊数学有两个显著的特点：
一是抽象化和演绎精神，
二是它与哲学的关系非常密切。



古希腊的数学家和哲学家人才辈出，就如同文艺复兴时期意大利的作家和艺术家一样。

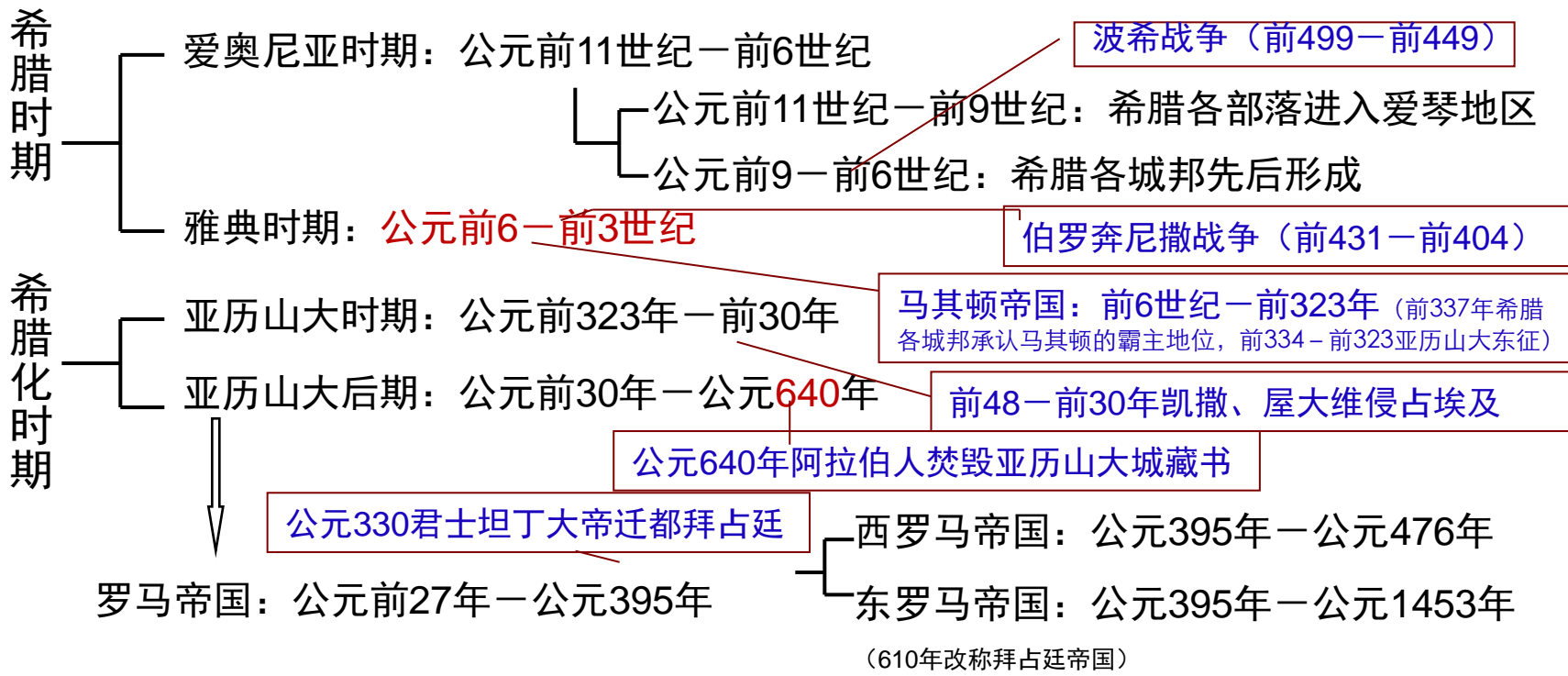
拉斐尔（意）《雅典学院》壁画（1509-1511）

14-16世纪文艺复兴时期后，美术三杰是（）。

- A 达芬奇
- B 米开朗琪罗
- C 拉斐尔
- D 但丁

提交

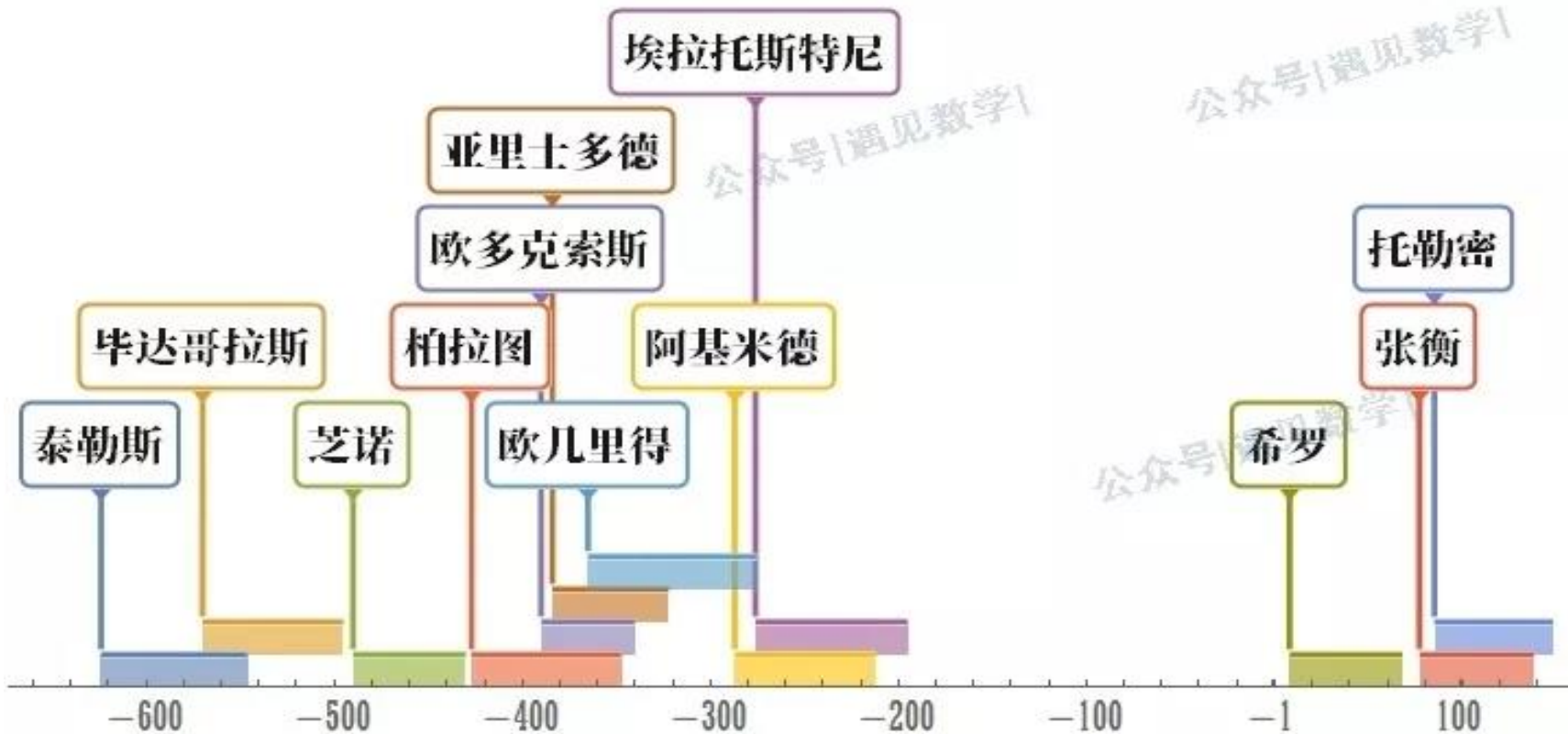
【古希腊的变迁】



你能说出几个古希腊（前6世纪——公元6世纪）的哲学家？

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

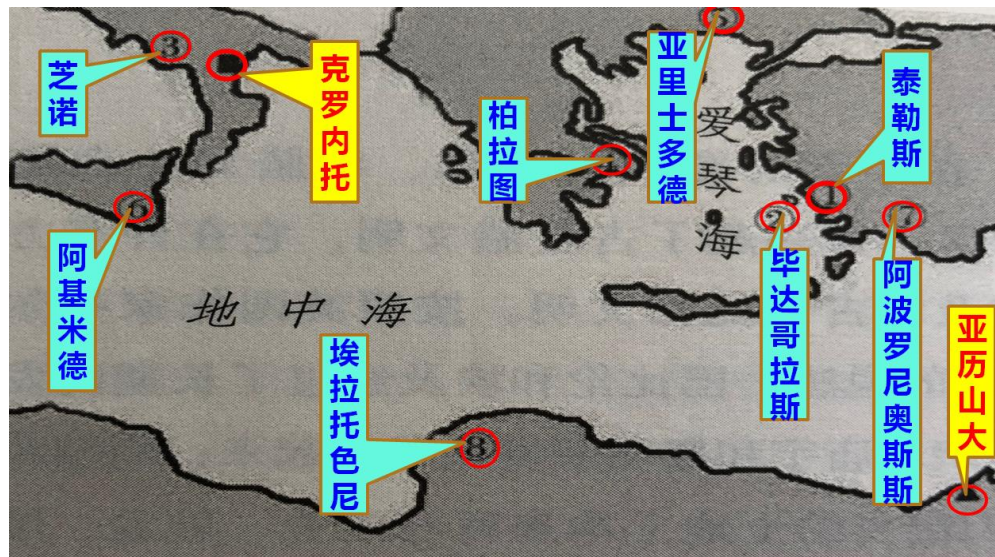
作答



【古希腊的先哲们】

(前6世纪——公元6世纪)

泰勒斯 命题需要证明
毕达哥拉斯 万物皆数
欧几里得 几何《原本》
阿基米德 面积、体积
阿波罗尼奥斯《圆锥曲线论》
托勒密 三角学
丢番图 不定方程





【学习内容】

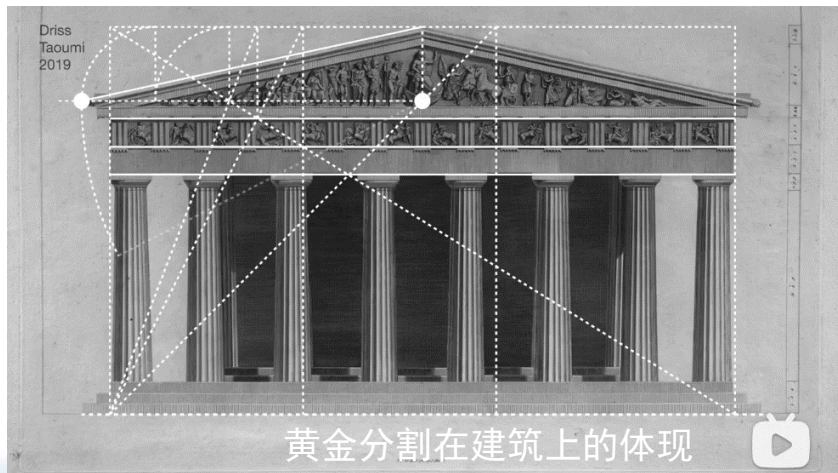
- 一、古希腊数学的遗产
- 二、希腊神话与荷马史诗
- 三、论证的开端-泰勒斯
- 四、希腊的先哲们
 - 毕达哥拉斯学派
 - 伊利亚学派-芝诺悖论
 - 柏拉图学院
 - 亚历山大学派

一、古希腊数学的遗产

1. 毕氏定理 → 丢番图《算术》 → 费马大定理
2. 无理数、芝诺悖论 → 实数理论 → 微积分学
3. 欧几里得第五公设 → 非欧几何 → 理论物理学
4. 阿基米德 → 牛顿 → 莱布尼茨（声称“毕”最后一位弟子公式） → 微积分学 → 科学

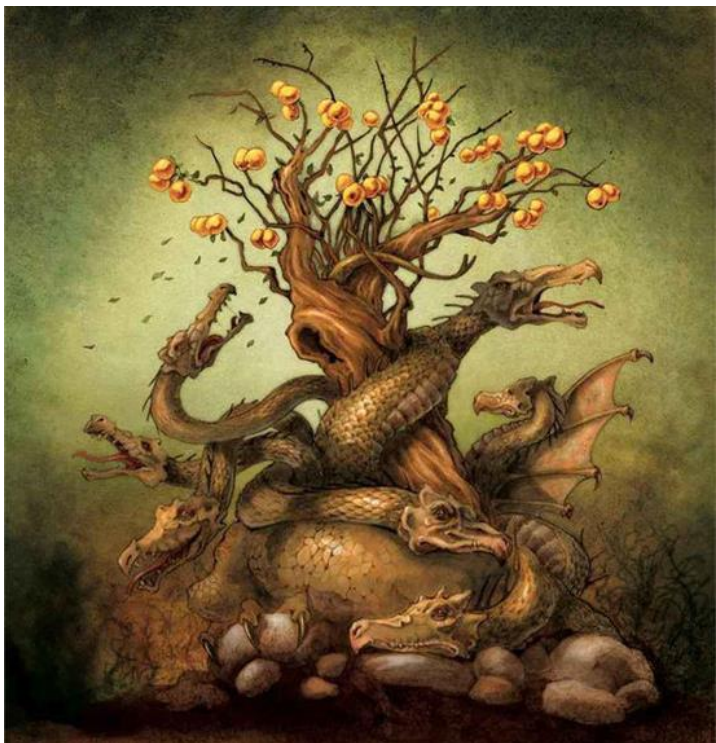


帕特农神庙（毕之后，前4世纪）



黄金分割在建筑上的体现

二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争



3个苹果

金苹果、亚当和夏娃、图灵→乔布斯的苹果

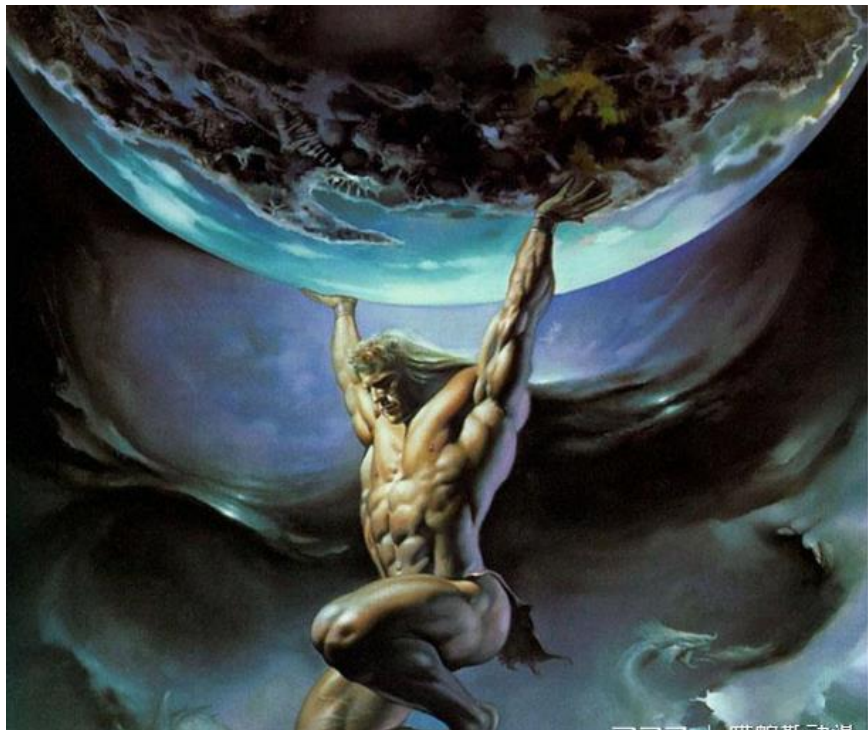
金苹果是希腊神话中著名的宝物。金苹果最早出现，是在宙斯（国王）和赫拉（天后）的婚礼。大地女神该亚从西海岸带回一棵枝叶茂盛的大树给宙斯和赫拉作为结婚礼物，树上结满了金苹果。宙斯派夜神的四个女儿，称作赫斯珀里得斯，看守栽种金苹果的圣园。另外还有百头巨龙拉冬帮助她们看守。

特洛伊之战：“一只金苹果引起的战争” 哔哩哔哩 bilibili

西南大学教授——徐松岩



二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争



大力神**赫拉克勒斯**在人间所完成的十二件功绩的第十一件，便是取得赫斯珀里得斯和巨龙看守下的金苹果。赫拉克勒斯在山林水泽女神的指引下，制服了年老的河神**涅柔斯**，向他问清了在哪里可以找到金苹果。

在取得金苹果的路上，赫拉克勒斯还从高加索山上释放了普罗米修斯。**普罗米修斯**指点他来到另一位**提坦神阿特拉斯**背负青天的地方。赫拉克勒斯要求阿特拉斯替他去取金苹果，在这段时间里由自己替他背负青天。阿特拉斯同意了，他杀死巨龙，骗过看守的仙女们，取回金苹果后，却不愿意再背负扛天的重任。赫拉克勒斯假称要先垫上一块垫子才能继续背负青天，让阿特拉斯暂时替他一会儿。阿特拉斯接过担子的同时，赫拉克勒斯已经拿起金苹果走掉了。

二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争



金苹果最重要的一次出现，是在人类英雄**帕琉斯**和海洋女神**忒提斯**的婚礼上。众神均受邀参加婚礼，唯有不和女神**厄里斯**没有受到邀请。厄里斯怀恨在心，在婚礼上将一个金苹果掷给宾客，上面写着“送给最美的”。**赫拉(天后)**、**雅典娜(智慧)**、**阿芙罗狄忒(美和性感神)**为了这个金苹果争执不下，其他神祇害怕得罪女神也不敢发言。宙斯让**特洛伊王子帕里斯**做评判。为了让帕里斯把金苹果判给自己，赫拉允诺他统治地上最富有的国家，雅典娜愿意赐给他无比的智慧，而阿芙罗狄忒答应把世界上最漂亮的女子给他做妻子。于是帕里斯将金苹果给了阿芙罗狄忒。此时，愤怒的赫拉和雅典娜发誓要向所有的特洛伊人报复。后来，帕里斯也确实在阿芙罗狄忒的帮助下从**斯巴达**拐走了**美女海伦**，从而成为特洛伊战争的导火索。

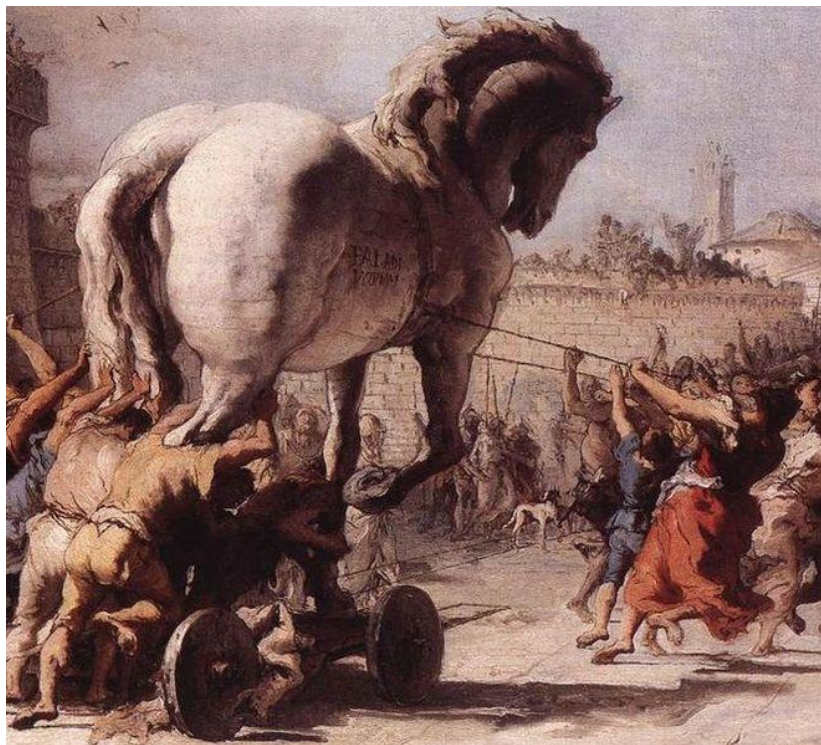
二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争



公元前1193年，特洛伊国王普里阿摩斯和他俊美的二儿子王子帕里斯在希腊斯巴达王麦尼劳斯的宫中受到了盛情的款待。但是，帕里斯却和麦尼劳斯美貌的妻子海伦一见钟情并将她带出宫去，恼怒的麦尼劳斯和他的兄弟迈西尼国王阿伽门农兴兵讨伐特洛伊。

希腊联军的统帅阿喀琉斯和Priam最小的儿子，特洛伊年轻的国王赫克托耳逐渐成为在战争中成为双方各自的英雄。

二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争

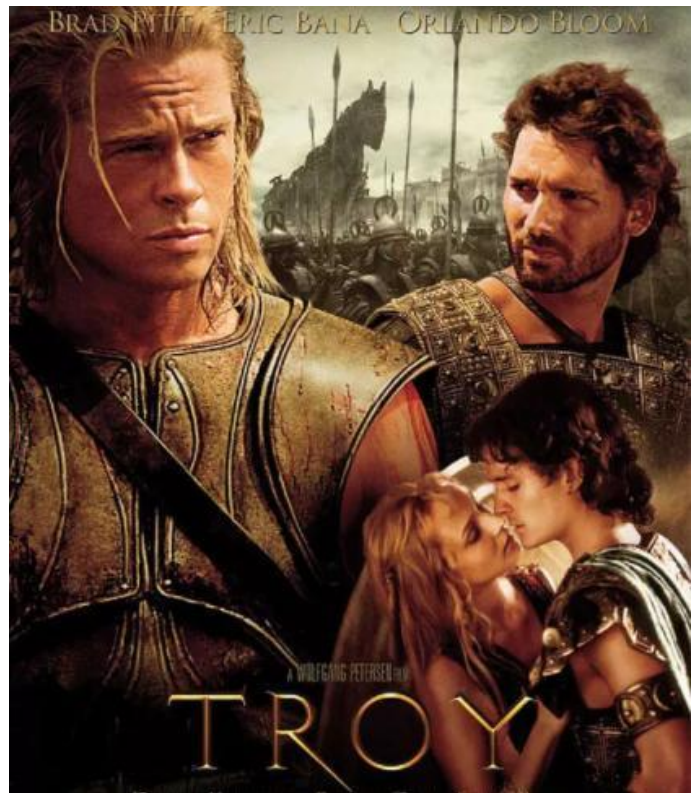


由于特洛伊城池牢固易守难攻，希腊军队和特洛伊勇士们对峙长达10年之久，最后英雄**奥德修斯**献上妙计，让希腊士兵全部登上战船，制造撤兵的假相，并故意在城前留下一具巨大的**木马**。

特洛伊人高兴地把木马当作战利品抬进城去。当晚，正当特洛伊人沉湎于美酒和歌舞的时候，藏在木马腹内的20名希腊士兵杀出，打开城门，里应外合，特洛伊立刻被攻陷，杀掠和大火将整个城市毁灭。老国王和大多数男人被杀死，妇女和儿童被出卖为奴，**海伦又被带回希腊**，持续**10年**之久的战争终于结束。

从古至今，人们就不停发动战争。有些为权利，有些为荣誉，有些为光荣，而有些则为爱情。

二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争



希腊，历史上一对传奇式的情人——特洛伊王子帕里斯和斯巴达王后海伦之间的爱情激起了一场毁灭文明的战争。帕里斯将海伦从她丈夫——国王墨涅拉俄斯身边诱走，这是不可忍受的耻辱。强大的迈锡尼国王阿伽门侬认为，自己兄弟墨涅拉俄斯所受之辱就等于是自己的耻辱，在家族荣誉感的驱使下，他很快联合起希腊众多部族夺回海伦，保护兄弟的荣誉。

阿伽门侬对**荣誉**的追求实际上已被他强烈的贪婪所侵蚀——他**要通过控制特洛伊城来巩固自己已经拥有的广阔帝国的霸权**。在特洛伊国王普利安的领导和王子赫克托尔的保卫下，这座围墙高筑的城市坚不可破。

只有一人是这场战争胜败的关键——他就是被人们认作是最伟大的勇士的**阿喀琉斯**。

二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争



傲慢、反叛、所向披靡的阿喀琉斯除了荣誉外，从不效忠于任何人或任何事，而对建立不朽英名的无限渴望促使他加入阿伽门农旗下攻打特洛伊，但将是爱最终决定他的命运。

荷马史诗《伊利亚特》（《Iliad》）中的英雄阿喀琉斯（Achilles）是希腊最有名的英雄，他的名声可追上前辈英雄**赫刺克勒斯**。希腊神话中的英雄。出生后被母亲握住脚踵倒浸在**冥河**水中，除未沾到冥河水的脚踵外，周身刀枪不入。在特洛伊战争中杀死特洛伊主将**赫克托尔**，使希腊军转败为胜。后被特洛伊王子**帕里斯**的暗箭射中脚踵而死。

二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争



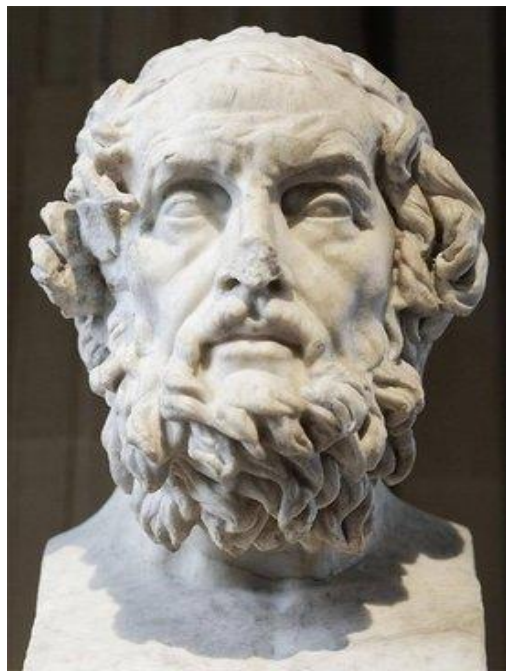
阿喀琉斯是海洋女神忒提斯（Thetis）和凡人英雄珀琉斯（Peleus）所生。他是参加特洛伊（Troy）战争的惟一个半人半神。在阿喀琉斯出生后，他母亲忒提斯倒提一只脚把他浸入冥河（一说把他放在天火里锻烧），使他周身刀箭不入，唯有脚后跟由于没有浸到河水，而成为他惟一致命之处。这也就是“阿喀琉斯之踵”的来历。

二、希腊神话：一个金苹果引发的战争——特洛伊战争



阿喀琉斯无疑是众人宠爱甚至崇拜的战神，血气方刚，是力量的化身，荷马诗中，那个时代的弊端也暴露了，他到底是个英雄还是个罪孽，这是个问题！现在却已明晰。阿喀琉斯欣赏并敬重悲剧英雄赫克托尔，而他却悲惨地成为骄横傲慢仗势欺人的“伟大”国王的工具。战争是他唯一的价值，他的生命在战场上达到了难以超越的兴奋若狂的状态，这是他的颠峰，尽管生灵无辜地涂炭。正因为他非凡的才能，所以他的悲剧才早早斩断了他年轻茁壮的生命，死在帕里斯的箭下也许是他最好的归宿。

二、希腊神话--诗人



荷马（男） 盲诗人，比屈原早2世纪，约前9世纪。相传记述了公元前12~前11世纪**特洛伊战争**，以及关于海上冒险故事的古希腊长篇叙事代表作——史诗《**伊利亚特**》和《**奥德赛**》，即是他根据民间流传的短歌综合编写而成。他生活的年代，当在公元前10~9、8世纪之间。他的杰作《**荷马史诗**》，在很长时间里影响了西方的宗教、文化和伦理观。



二、希腊神话--诗人

萨福（女Sappho，约前630或者612~约前592或者560，**泰勒斯**已出生），**古希腊**著名的女抒情诗人，一生写过不少**情诗、婚歌、颂神诗、铭辞**等。一般认为她出生于莱斯波斯岛 (Lesbos) 的一个贵族家庭。据说她的父亲喜好诗歌，在父亲的熏陶下，萨福也迷上了吟诗写作。她是第一位描述个人的爱情和失恋的诗人。青年时期曾被逐出故乡，原因可能同当地的政治斗争有关。被允许返回后，曾开设女子学堂。古时流传过不少有损于她的声誉的说法，但从一些材料看，她实际上很受乡人敬重。





二、希腊神话--诗人

人都说九个缪斯--你再数一数;请看第十位:莱斯博斯岛的萨福--柏拉图

(注:缪斯:希腊神话中主司艺术与科学的九位古老文艺女神的总称。)

堇色头发,纯净的,笑容好似蜂蜜的萨福啊--阿尔凯乌斯(古希腊诗人)

(萨福的诗)虽然不多,但朵朵都是蔷薇--《希腊诗铭集》绪言 米雷格(约公元前100年 历史学家)

在欧美文学传统里,如果荷马是父,那么萨福就是母亲,是姊妹,是情人。少有哪个上古诗人,在欧美文学传统里,被如此经久不息地塑造成种种神话。

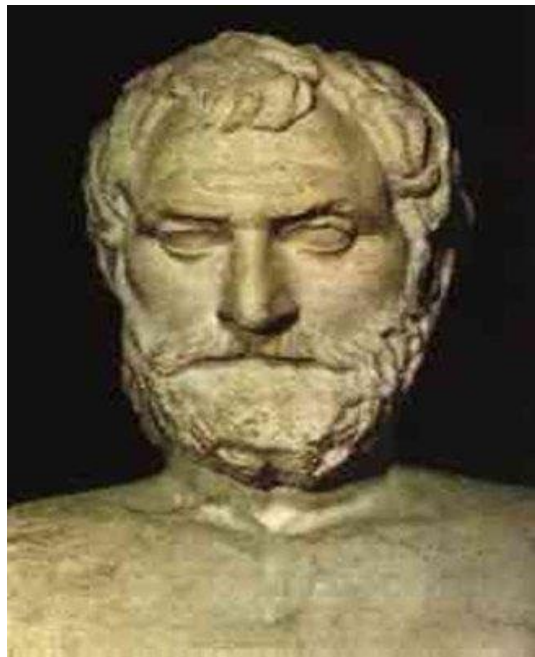


() 是第一个扬名后世的数学家，论证几何学家鼻祖，希腊哲学鼻祖，最早开创了“命题证明”之先河？

- A 泰勒斯
- B 毕达哥拉斯
- C 柏拉图
- D 苏格拉底

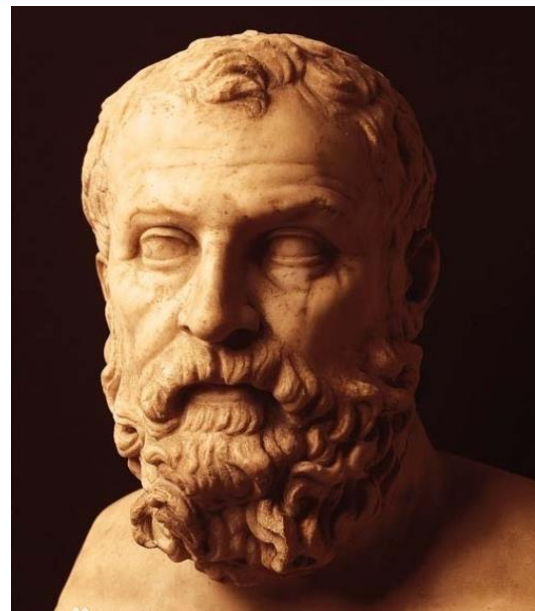
提交

三、论证的开端——泰勒斯



泰勒斯（前624-547）

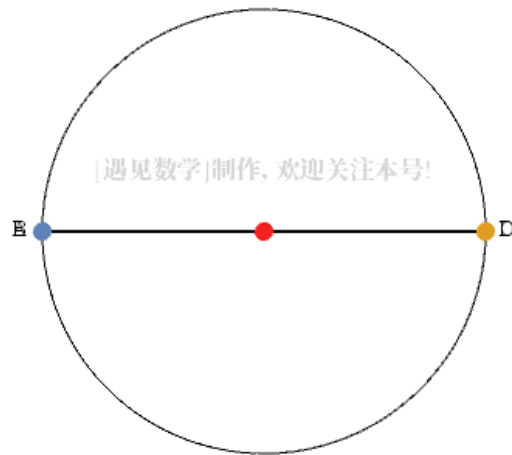
泰勒斯（Thales, 约前624-547）第一个扬名后世的**数学家**，**论证几何学家鼻祖**，**希腊哲学鼻祖**。未婚。生活在小亚细亚的米利都城（今土耳其亚洲部分西海岸门得雷斯河口附近）希腊在东方最大的城市，**爱奥尼亚人**（荷马约前9世纪到8世纪，历史学家希罗多德）母亲来自**腓尼基**。“万物是由水组成的”“**地球是圆盘**”“四季”“琥珀生静电”“准确预测出一次日食”。弟子阿拉克西曼尼、曼德认为“**归谬法**”，“轮回说”影响了“毕”氏”，坚信主神的使者赫尔美斯的儿子。梭伦（政治、民选的）同时代。



梭伦（Solon, 约前640年—约前558年），生于**雅典**，**古希腊**时期雅典城邦著名的**改革家**、**政治家**。出身于没落的贵族。他年轻时一面经商，一面游历，到过许多地方，漫游名胜古迹，考察社会风情。梭伦是古代雅典的政治家，立法者，诗人，是**古希腊七贤**之一。

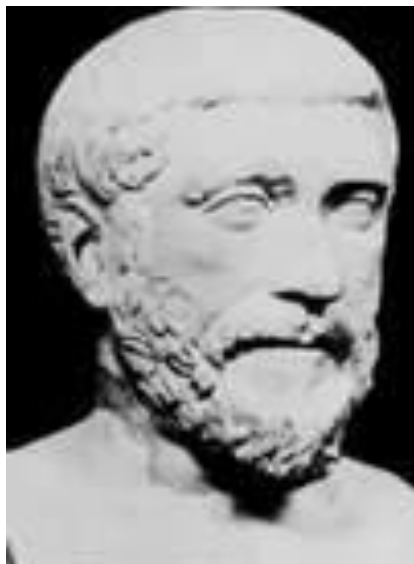
三、论证的开端

1. 最早开创了“**命题证明**”之先河
2. 柏拉图的门徒记载了他证明了“圆的直径将圆分成两个相等的部分”“等腰三角形的两个底角相等”“两条相交直线形成的对顶角相等”“如果两个三角形有两角，一边对应相等，那么这两个三角形全等”
3. **泰勒斯定理**“半圆上的圆周角是直角”
第一个数学家命名的定理等。



泰勒斯定理

四、古希腊的先哲们---1.毕达哥拉斯学派



毕达哥拉斯(公元前580年~公元前500年)前6世纪与老子同时代。爱琴海上的萨摩斯岛(近土耳其400多平,舟山岛差不多(4))无国家概念(秦始皇才有);父亲来自腓尼基(数论的诞生地现中东黎巴嫩,代数在巴格达,花拉子密诞生;几何诞生于埃及)。米利都向泰勒斯(高龄)求学,建议找曼德,发现哲学是一种高度现实的东西,和它本人超然于世的冥想习惯相反。离开米利都→埃及10年→掠到巴比伦5年→19年后回萨摩斯(保守)→意大利南克罗内托安顿,建立毕达哥拉斯学派(秘密)哲学→智力爱好,数学→可以学到的知识。



老子大约于周灵王元年(鲁襄公二年、宋平公五年、公元前571年)

毕达哥拉斯学派的主要成就：

- A 证明毕达哥拉斯定理
- B 完美数、友好数、（有的未被完全解决）三角形数、毕氏三数
- C 正多面体作图
- D 根号2的无理数
- E 黄金分割



提交

四、古希腊的先哲们---2.伊利亚学派

创始人：巴门尼德（前515-445），意大利南部伊利亚，少数用诗歌形式表达哲学观点的希腊哲学家之一《论自然》“一切皆一”与前辈赫拉克利特（Heraclitus,前540-470）的“它存在又不存在”冲突。

代表人物：芝诺（Zeno, 约前490-425）芝诺主要是客观而辩证地考察了运动，他是“辩证法的创始人”——近代德国哲学家黑格尔《哲学史讲演录》

亚里士多德《物理学》记载4个芝诺运动悖论。

1. **二分说**“运动不存在，原因在于移动的事物在到达目的地之前必须先抵达一半处。”
2. **阿基里斯追龟**阿基里斯是荷马史诗《伊利亚特》中善跑的猛将）永远追不上一直乌龟，因为阿基里斯每次必须先跑到乌龟的出发点。
3. **飞箭静止说**“如果移动的事物总是现在占有一个空间，那么飞驰的箭也是不动的。”
4. **运动场**时间和空间并非由不可分割的单元组成。例如，运动场上有三排队列ABC, 令A往右移动，C往左移动，其速度相对于B而言均是每瞬间移动的一个点。这样一来，A就在每个瞬间离开C两个点的距离，因而必然存在一个更小的单元。

亚里士多德注意到了，芝诺从对方的论点出发，再从反证法将其论点驳倒，因此，芝诺是雄辩术的发明者。

前两个悖论主要针对**事物无限可分**的观点；后两个则蕴含着**不可分无限小量**的思想。

要澄清这些悖论需要高等数学的知识，尤其是**极限、连续、无穷集合**等概念。

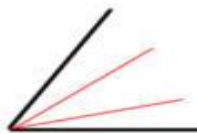
芝诺应该是反**毕达哥拉斯主义**的，后者把一切归因于**整数**。美国数学史家“以非数学的语言，记录下最早连续性和无限性斗争的人们所遭遇的灾难”在2400年后的浸提那，人们已经明白，芝诺的名字永远也不会从数学史或哲学史中消失。

四、古希腊的先哲们---2.伊利亚学派

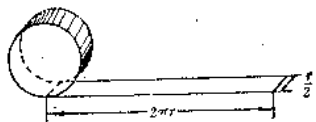


2.古典几何三大作图问题

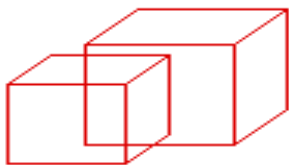
诡辩学派(智人学派)



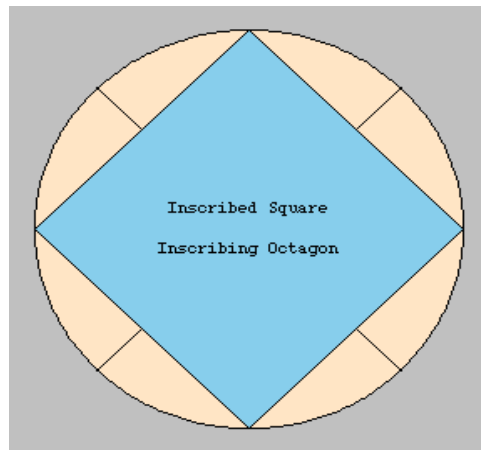
三等分任意角



化圆为方



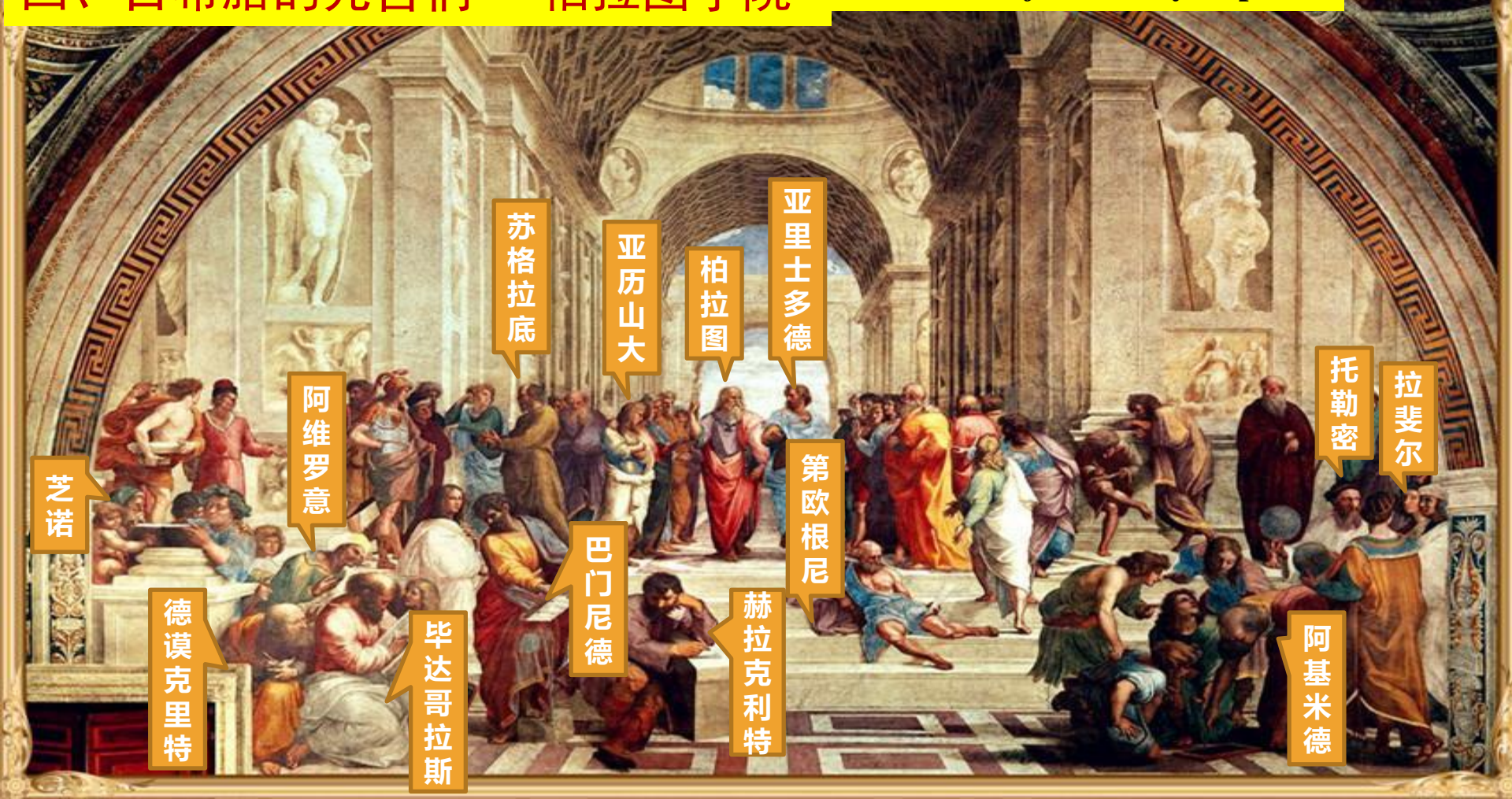
倍立方



安提芬(约公元前480—前411年)的穷竭法

四、古希腊的先哲们----柏拉图学院

The School of Athens by Raphael



芝诺

阿维罗意

德谟克里特

毕达哥拉斯

苏格拉底

巴门尼德

亚历山大

柏拉图

赫拉克利特

亚里士多德

第欧根尼

托勒密

拉斐尔

阿基米德

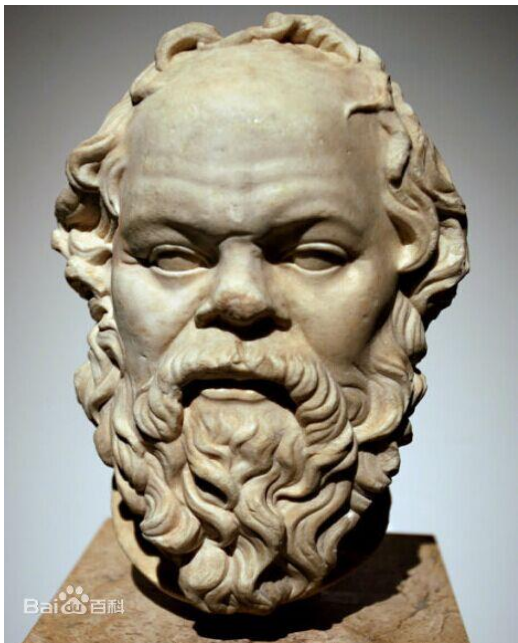
古希腊三大哲学家：

- A 苏格拉底
- B 柏拉图
- C 亚里士多德
- D 此处添加选项内容

提交

四、古希腊的先哲们---3.柏拉图学院

1. 苏格拉底—追求真理而死的“圣人”



苏格拉底（Socrates前469-前399），出生于雅典，逻辑上两大贡献，即**归纳法和一般定义法**。苏格拉底说：“我的母亲是个**助产婆**，我要追随她的脚步，我是个精神上的助产士，帮助别人产生他们自己的思想。”学生称他“我所见到的最智慧、最公正、最杰出的人物。”他是一个神秘人物，没有作品，主要通过他后来的古典作家的著作而闻名，特别是他的学生**柏拉图**和**色诺芬**。



孔子（公元前551年9月28日-公元前479年4月11日）

四、古希腊的先哲们---- 3.柏拉图学院

1. 苏格拉底—追求真理而死的“圣人”



油画《苏格拉底之死》(法国雅克·大卫1787年,现收藏美国大都会博物馆)

在欧洲文化史上,他一直被视为是为追求真理而死的“圣人”,几乎与孔子在中国历史上所占的地位相同。因受指控“侮辱雅典神”、“引进新神”和“腐蚀青年思想”而被判服毒。美国著名的新闻人斯东却提出了不同的观点,他在自己的著作《苏格拉底的审判》中写道,一是,并非古希腊雅典城邦的陪审团制度将苏格拉底处以死刑,是他自己追求的死亡;第二个结论是,他选择含冤自杀,是为了让后人推翻古希腊雅典城邦的法律。

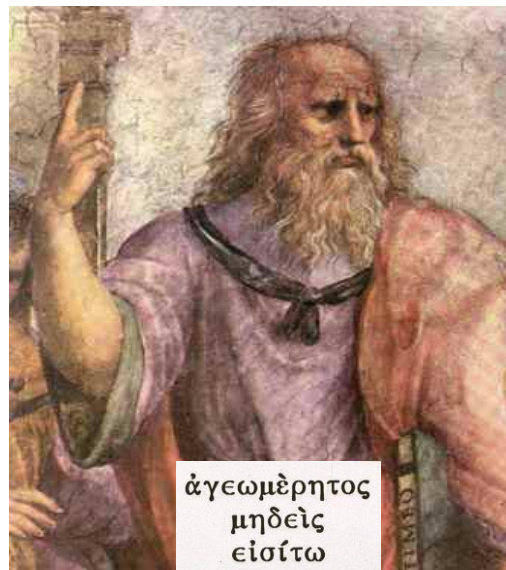
四、古希腊的先哲们---- 3.柏拉图学院

2. 柏拉图及其学园 “数学家的缔造者”

柏拉图出身于雅典显赫家庭，苏格拉底死后，深受刺激，放弃从政念头，离开雅典开始10（12）年游历。小亚细亚→埃及→昔兰尼（今利比亚）→南意大利→西西里等，返回雅典后创立了现代私立大学，（Acaemy, 高等学府或科学院），除了几次应邀去西西里讲学外，在学园度过了生命后40年，学园奇迹般的存活了900年。一生撰写36本著作内容主要关心政治和道德。《国家篇》《会饮篇》“爱欲是从灵魂出发，达到渴求的善，对象是永恒的美。”

1. 他本人并没在数学方面做出突出的贡献，有人把分析法和归谬法归功于他，因为他的学园是希腊数学活动的中心，大多数重要的数学发现均由他的弟子取得。例如，一般整数的平方根或高次方根的无理数研究（包括摆脱由无理数的发现导致的第一次数学危机）；正八面体和正二十面体的构造，圆锥曲线和穷竭法的发明（前者的发明是为了解决倍立方体问题）等等。就连欧几里得早年也来学园攻读几何学。这一切使得柏拉图及其学园赢得了“数学家的缔造者”的美名。

打开宇宙之谜的钥匙是
数与几何图形



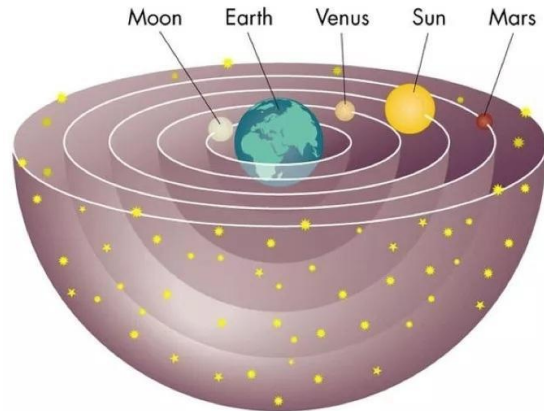
柏拉图
(约公元前427-前347年)

四、古希腊的先哲们---- 3.柏拉图学院

2. 柏拉图及其学园 “数学家的缔造者”

2. 对**数学哲学**的探究，也起始于柏拉图。把起始于毕达哥拉斯的对数学概念的抽象化定义又推进了一步。

3. 《理想国》10篇对话，核心部分勾勒出形而上学和科学的哲学。其中第6篇谈及数学假设和证明，“研究几何、算术这类学问的人，首先要假定奇数、偶数、三种类型的角以及诸如此类的东西是已知的……从已知的假设出发，以前后一致的方向下推导，直到得到想要的结论。”由此可见，**演绎推理**在学园里已经盛行，柏拉图把作图工具严格限定为直尺和圆规，这对后来的欧几里得几何原理体系的形成有着重要的促进作用。**创造世界的上帝是一个“伟大的几何学家”**。他对（仅有的）5种正多面体的特征和作图有过系统的阐述，以至于后人成为**“柏拉图多面体”**“不懂几何学的人请勿入内。”“猪一般的家伙”。



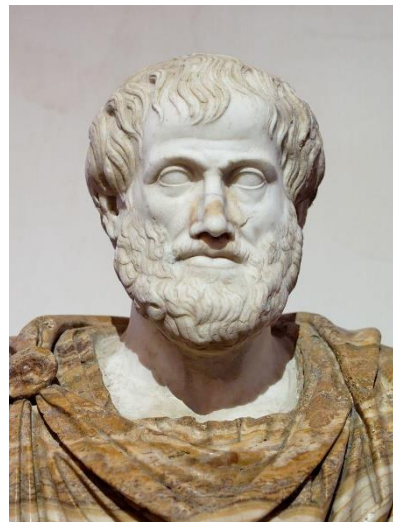
四、古希腊的先哲们---- 3.柏拉图学院

3. 亚里士多德吕园学派

亚里士多德（Aristotle前384-前322）希腊北部哈尔基季基，当时是马其顿领土，现属希腊，其父担任马其顿国王御医，从小对**生物学和实证科学**有兴趣，在柏拉图的影响下，迷恋上了**哲学推理**。

柏拉图死后他开始游历小亚细亚的阿苏斯3年→莱斯沃斯岛创立研究中心，开始从事生物研究→42岁应腓力二世邀请担任马其顿王子亚历山大家庭教师，他试图按照荷马史诗《伊利亚特》中的英雄形象塑造王子→几年后回乡→前335年亚历山大即位后来到雅典创建吕园，12年演讲或论述discours原意“走来走去”。

吕园偏向**生物和历史**，也继承了柏拉图的部分数学思想。他对定义做了更为细致的讨论，通识深入研究了数学推理的基本原理，并将它们区分为**公理和公设**。在他看来，公理是一切科学的真理，而公设则是一门科学特有的最初原理。



亚里士多德（前384-前322）

四、古希腊的先哲们---- 3.柏拉图学院

3. 亚里士多德吕园学派

1. 数学领域，最重要的贡献是将数学推理规范化系统化，其中最基本的原理是**矛盾律**（一个命题不能即是真的又是假的），以及**排他律**（一个命题要么是真的，要么是假的，两者必居其一）他们早已成为数学证明的核心。
2. 哲学领域，最大的贡献在于创立了**形式逻辑学**，尤其是**三段论的逻辑体系**。形式逻辑学被后人奉为推理演绎的，在当时为欧几里得几何学奠定了理论基础
3. **统计学的鼻祖**，撰写“城邦政情”，这类研究后来延续了2000年，直到17世纪中叶才被代替，并迅速演化为统计学statistics, 保留了城邦的词根。
4. 《诗学》讲述如何写书、作画、演戏……与《几何原本》都是**基于三维空间的模仿**，前者是形象的模仿，后者是抽象的模仿，它们堪称**文艺理论和数学理论的最顶尖的总结**。

四、古希腊的先哲们---- 3.柏拉图学院



柏拉图(指天)
声称：“无论我们希腊人接受什么东西，我们都要将其改善，并使之完美无缺。”



柏拉图（左） 亚里士多德（右）

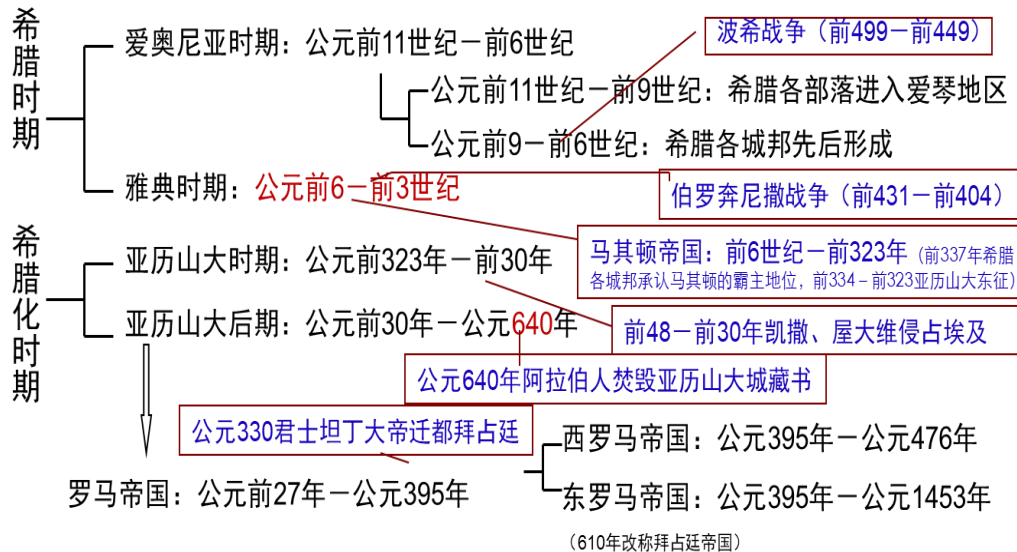
柏拉图喜爱几何学，亚里士多德则不愿把**数学和美学**分开，他认为**秩序和对称**是美的重要因素，这两者都不难在数学中找到。

“吾爱吾师，吾尤爱真理”

四、古希腊的先哲们---4.亚历山大学派

亚历山大时期—希腊数学黄金时代

亚历山大城：在伯罗奔尼撒战争以后，希腊分裂，北方的**马其顿**乘虚而入，攻陷了雅典，等到年轻的**亚历山大**继承王位后，再为希腊文明折服的同时，产生了征服世界的野心，占领埃及后，他在地中海边的一个地方（开罗西北方向200多公里处捡起了以他名字命名的城池，公元前332年，9年后从印度远征回来后，在巴比伦暴病身亡年仅32岁，庞大的帝国一分为三，但仍然联合在希腊文化的旗帜下。等到托勒密统治埃及时，下令建立了著名的亚历山大大学，吸引有学问的人来到这座城市。该大学的中心是一个大图书馆，有60万卷纸草书，亚历山大成为希腊民族精神和文化的首都，持续了近1000年。





四、古希腊的先哲们----4.亚历山大学派

亚历山大时期—希腊数学黄金时代（4分13）

四、古希腊的先哲们---4.亚历山大学派

1. 《几何原本》——被广泛的认为是历史上最成功的教科书。



欧几里得 (Euclid, 公元前330年~前275年)

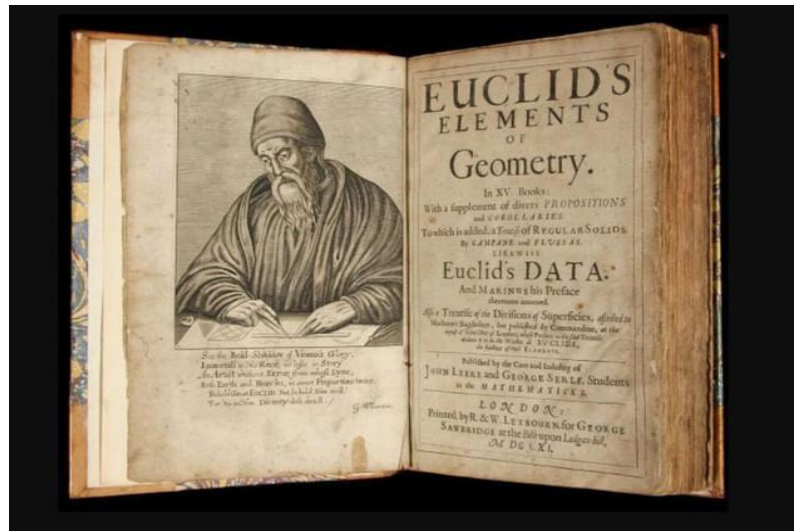
欧几里得 (Euclid??) 曾在柏拉图学园学习, 大约前300年, 受聘来到埃及的**亚历山大大学**数学系任教, 并留下《几何原本》Elements的著作, 被作为教科书被广泛使用了2000多年 (今天初等数学的主要内容), 所有纯粹的数学家中对世界历史的进程最有影响力的一位。他被意大利的传教士利玛窦

(Matteo Ricci, 1552-1610) 和明朝的徐光启 (1562-1633) 译成中文是17世纪的事了, 且仅译出了前6篇, 整整两个半世纪后, 才有英国的传教士伟烈亚力

(Alexander Wylie, 1815-1887) 和清朝的数学家李善兰 (1811-1882) 完成了较为完整的中译本。

四、古希腊的先哲们---4.亚历山大学派

1. 从定义、公设、公理出发，把点定义为没有部分的一种东西，线是没有长度，直线是其上各点无曲折排列的线，等等。
2. 全书共13篇，1-6篇平面几何，7-9数论，第10篇无理数，11-13立体几何，全书收465个命题，用到5条公设和5条公理。对第五公设的证明或替换的尝试促进了非欧几何学的诞生。命题36给出了著名的偶完全数的充要条件，这个源自毕达哥拉斯的问题至今无人能够彻底解决。



《原本》（ΣΤΟΙΧΕΤΑ）

13卷，5条公理、5条公设119条定义和 465条命题

“几何无王者之道” “无功利性”



四、古希腊的先哲们----亚历山大学派

1. 《几何原本》

第一卷：直边形，全等、平行公理、毕达哥拉斯定理、初等作图法等

第二卷：几何方法解代数问题，求面积、体积

第三、四卷：圆、弦、切线、圆的内接、外切

第五、六卷：比例论与相似形

第七、八、九、十卷：数论

第十一、十二、十三卷：立体几何，包括穷竭法，是微积分思想的来源

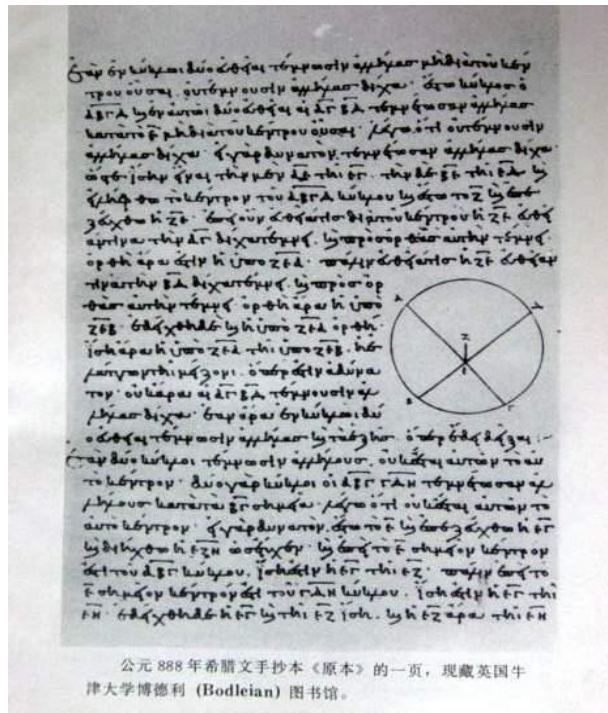
四、古希腊的先哲们---亚历山大学派

5公理

1. 等于同量的量彼此相等.
2. 等量加等量, 和相等.
3. 等量减等量, 差相等.
4. 彼此重合的图形是全等的.
5. 整体大于部分.

5公设

1. 假定从任意一点到任意一点可作一直线.
2. 一条有限直线可不断延长.
3. 以任意中心和直径可以画圆.
4. 凡直角都彼此相等.
5. **若一直线落在两直线上所构成的同旁内角和小于两直角, 那么把两直线无限延长, 它们都在同旁内角和小于两直角的一侧相交.**



关于《几何原本》的表述正确的是（）。

- A 欧几里得所著
- B 用到5条公设和5条公理
- C 包括穷竭法，是微积分思想的来源
- D 被作为教科书被广泛使用了2000多年（今天初等数学的主要内容）

提交

“给我一个支点，我就可以移动地球。”这是**数学之神**（ ）所说。

A

阿基米德

B

亚里士多德

C

欧几里得

D

柏拉图



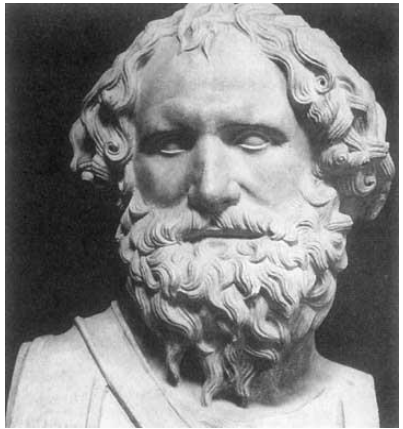
提交



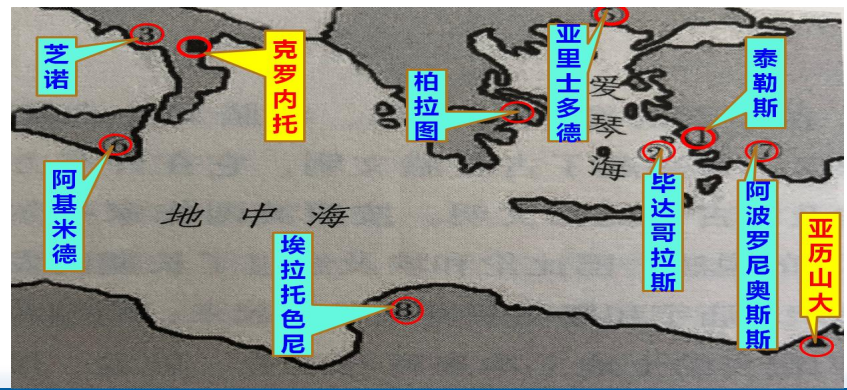
四、古希腊的先哲们---4.亚历山大学派

2. 阿基米德——“数学之神”

阿基米德 (Archimedes) 出生在西西里岛东南的叙古拉（又译锡拉库萨），著作颇丰，**数学史上最高产的人**。《圆的度量》《抛物线求积》《论螺线》《论球和圆柱》《论劈锥曲面体和旋转椭圆体》《轮平面图形的平衡和重心》，力学方面《论浮体》《阿基米德方法》，写给小王子的科普著作《沙粒的计算》，仅存的拉丁文著作《引理集》用诗歌语言写作的《群牛问题》副标题是“给亚历山大数学家艾拉托色尼的信。”



阿基米德 (约公元前287~212)



四、古希腊的先哲们---- 4.亚历山大学派

数学上：几何

将一个曲边图形“细”分成若干个“小的矩形或三角形”（即各种简单“直边形”）。

首先分别求这些“小直边形的面积”

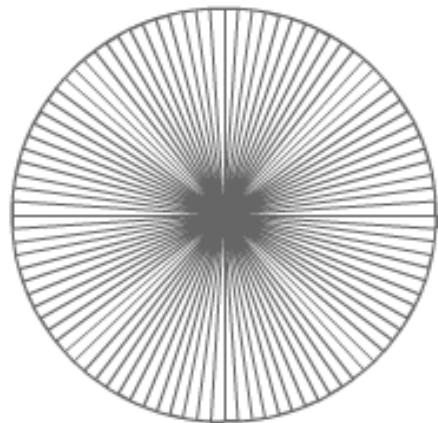
然后将这些面积“加”起来，就求得该曲边图形的“近似面积”。

求曲面体积也是按类似原理。

显然，将一个曲边图形“分得越细”，细得以至于不可再细时，得到的“结果”将越“精确”，这就是“穷竭法”思想的精髓。

“穷竭法”也被后人称为阿基米德原理。

但阿基米德原理却没有“极限”概念，也不通过“坐标系”和“函数”来解决问题，故它还不能被称为“微积分”。而“穷竭”，实际就是“达到极限”，再不能继续往下进行的意思，但当时还没有“极限”这一概念，所以阿基米德就形象地将这种方法用“穷竭”二字来形容了。



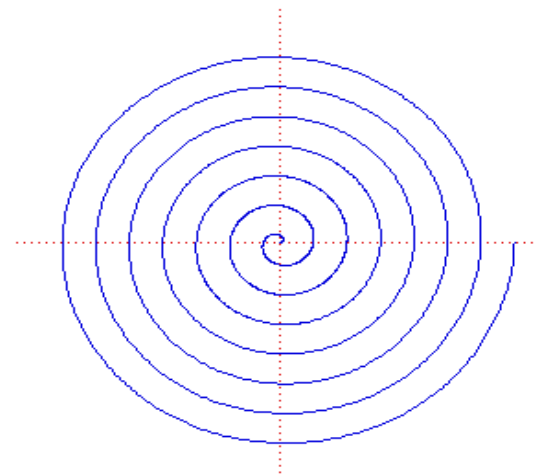
用穷竭法计算平面图形面积

四、古希腊的先哲们---- 4.亚历山大学派

阿基米德螺线：

阿基米德研究出**螺旋形曲线**的性质，现今的“阿基米德螺线”曲线，就是因为纪念他而命名。阿基米德的几何著作是希腊数学的顶峰。他把欧几里得严格的推理方法与柏拉图鲜艳的丰富想象和谐地结合在一起，达到了至善至美的境界，从而“使得往后由开普勒、卡瓦列利、费马、牛顿、莱布尼茨等人继续培育起来的微积分日趋完美”。

Spiral of Archimedes



四、古希腊的先哲们---- 4.亚历山大学派

物理上：浮力定律

相传叙拉古赫农王让工匠替他做了一顶纯金的王冠。但是在做好后，国王疑心工匠做的金冠并非纯金，而这顶金冠确又与当初交给工匠的纯金一样重。国王请来阿基米德来检验皇冠。

最初阿基米德对这个问题无计可施。有一天，他在家洗澡，当他坐进澡盆里时，看到水往外溢，突然想到**不同质料的东西，虽然重量相同，但因体积不同，排去的水必不相等。**

他经过了进一步的实验以后，便来到了王宫，他把王冠和同等重量的纯金放在盛满水的两个盆里，比较两盆溢出来的水，发现放王冠的盆里溢出来的水比另一盆多。这就说明王冠的体积比相同重量的纯金的体积大，密度不相同，所以证明了王冠里掺进了其他金属。这次试验的意义远远大过查出金匠欺骗国王，阿基米德从中发现了**浮力定律（阿基米德原理）：物体在液体中所获得的浮力，等于它所排出液体的重量。（即广为人知的排水法）**





机械上

阿基米德对于机械的研究源自于他在亚历山大城求学时期，有一天阿基米德在久旱的尼罗河边散步，看到农民提水浇地相当费力，经过思考之后他发明了一种利用螺旋作用在水管里旋转而把水吸上来的工具，后世的人叫它做“阿基米德螺旋提水器”。埃及一直到二千年后的现代，还有人使用这种器械。

这个工具成了后来螺旋推进器的先祖。阿基米德非常重视试验，一生设计、制造了许多仪器和机械，值得一提的有举重滑轮、灌地机、扬水机以及军事上用的抛石机等。



四、古希腊的先哲们---- 4.亚历山大学派

军事上 阿基米德的取火镜

公元1200年，东罗马帝国一位并不为人特别信赖的历史学家对此有一番精彩的论述：“当马塞留斯将他们的舰队撤退到一箭之外时，这位老人——阿基米德搭建起一种六角形的镜子，在与镜子大小成一定比例的地方放了相似的四边形小镜子，可以用链环和铰链状的东西移动它们。当镜子将光束反射到目标时，船只燃起了可怕的火，一箭之遥，他把船只化成灰烬。”

在19世纪的美国，一位执著于太阳能开发的发明家**弗兰克·舒曼**，就曾受益于这个传说带给他的启发。他知道，人类首次使用太阳能可以追溯到人类蒙昧初期，而希腊和罗马人手持光洁的铜制凹面镜“从空中的太阳光线获得无污染的纯火”，来点燃圣坛之火，也是不争的事实。

在阿基米德之前的一个世纪，希腊数学家**多西修斯**就描述了反射镜如何能把太阳平行光线集中到一个点，并能产生比简单的球面镜更高的温度。

后来，**达·芬奇**又在阿基米德的手稿中，发现了大量关于锡拉库扎取火镜的记载，这促使他构思建造一个直径长达6.4千米的神奇凹面镜，用这样的装备“人们能向染厂任何一个锅炉提供热量”。

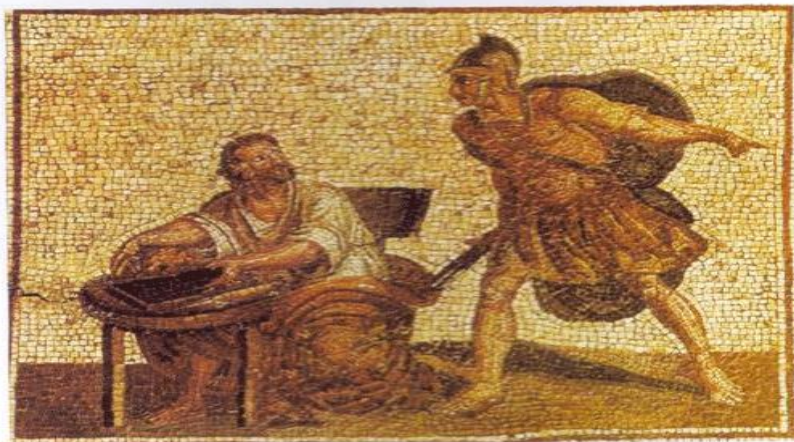


投石器和起重机

阿基米德利用**杠杆原理**制造了一种叫作**石弩的抛石机**，能把大石块投向罗马军队的战舰，或者使用发射机把矛和石块射向罗马士兵，凡是靠近城墙的敌人，都难逃他的飞石或标枪· · · · ·

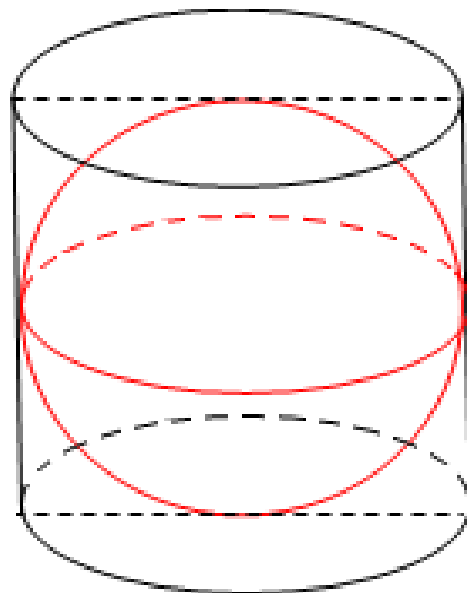
阿基米德还发明了多种武器，来阻挡罗马军队的前进。根据一些年代较晚的记载，当时他造了巨大的起重機，可以将敌人的战舰吊到半空中，然后重重地摔下使战舰在水面上粉碎。

四、古希腊的先哲们---- 4.亚历山大学派



阿基米德之死：第二次布匿战争期间，罗马大军围攻叙拉古，阿基米德发明了许多军械，如投石炮、火镜等，使敌军闻风丧胆。后来叙拉古失陷，当破城而入的罗马士兵冲进阿基米德的住所时，这位75岁的老人正在出神地思考数学问题，他令士兵别碰沙盘上的几何图形，结果却被恼怒的士兵刺死。后人遵照阿基米德的遗愿在其墓碑上刻下一个内切于圆柱的球，以纪念他最引以为自豪的著作《论球和圆柱》。

阿基米德之死预示着希腊数学和灿烂的文化开始走向衰败，从此以后，罗马人开始了野蛮和愚昧的统治。



阿基米德的墓碑上刻的图

四、古希腊的先哲们---- 5.亚历山大后期 (公元前30-公元600年)

1. 阿波罗尼奥斯《圆锥曲线论》
2. 亚历山大后期的数学家在几何学方面贡献不大，著名的**海伦公式**，后来才知道是**阿基米德**首先发现的。
3. 三角学的建立《天文学大成》**托勒密**
4. **丢番图**（约246-330）数论《算术》著名的墓志铭
5. 帕波斯Pappus（公元320年前后，中国数学家刘徽在世）《数学汇编》此书被称为希腊数学的“安魂曲”，其中最突出的结论是：**在周长相等的平面封闭图形中，圆的面积最大**。这个问题涉及**极值**，是高等数学的范畴。书中给出了解决倍立方体问题的4种尝试，其中第一种尝试是由埃拉托色尼给出的。
6. **埃拉托色尼**（Eratosthenes约前276-前194）出生在昔兰尼（今利比亚），后去亚历山大求学，**“柏拉图第二”**多才多艺，诗人、哲学家、历史学家、天文学家和五项全能运动员。

四、古希腊的先哲们---- 5.亚历山大后期(公元前30-公元600年)

1. 阿波罗尼奥斯 (Apollonius, 约前262年-前190年) 罗马人贡献叙拉古之时, 也即将完成他一生的主要工作。出生在小亚细亚南部的潘菲利亚 (离罗德岛不远) 早年在亚历山大学习, 后来回到故乡, 晚年重返亚历山大, 主要的贡献是写作了一部《圆锥曲线论》今天我们熟知的椭圆ellipse、双曲线hyperbola和抛物线parabola最早都出现在这部书里。



阿波罗尼奥斯 (约公元前262—前190)

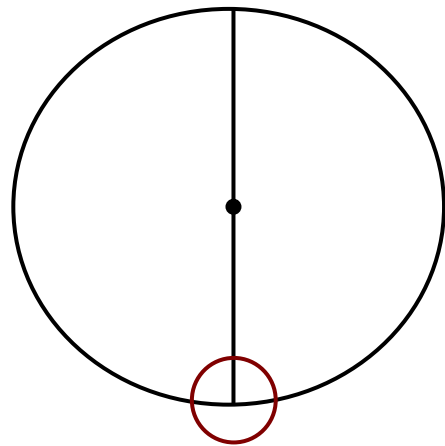
四、古希腊的先哲们----亚力山大后期 (公元前30-公元600年)

1. 托勒密——《天文学大成》



托勒密 (埃及, 90—165年)

- 第一、二卷：地心体系的基本轮廓
- 第三卷：太阳运动
- 第四卷：月亮运动
- 第五卷：计算月地距离和日地距离
- 第六卷：日食和月食的计算
- 第七、八卷：恒星和岁差现象
- 第九—十三卷：分别讨论五大行星的运动，本轮和均轮的组合在这里得到运用



托勒密的本轮—均轮模型

坟中安葬着丢番图，多么令人惊讶，它忠实地记录了所经历的道路。上帝给予的童年占六分之一，又过十二分之一，两颊长胡，再过七分之一，点燃起结婚的蜡烛。五年之后天赐贵子，可怜迟到的宁馨儿，享年仅及其父之半，便进入冰冷的墓。悲伤只有用数论的研究去弥补，又过四年，他也走完了人生的旅途。 [填空1]

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

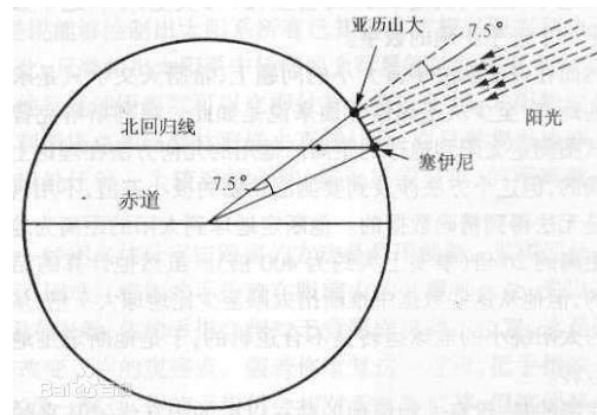
四、古希腊的先哲们---- 5.亚历山大后期 (公元前30-公元600年)

3.埃拉托色尼—第一个测量地球周长的人



埃拉托色尼

(Eratosthenes约前276-前194) 出生在昔兰尼(今利比亚), 后去亚历山大求学, “**柏拉图第二**”多才多艺, 第一个测量地球周长的人。诗人、哲学家、历史学家、天文学家和五项全能运动员。



埃拉托色尼 (约前276-前194)

四、古希腊的先哲们---- 5.亚历山大后期(公元前30-公元600年)

古希腊数学落幕

■柏拉图学园被封闭

公元529年东罗马皇帝查士丁尼（527—565）下令封闭了雅典的所有学校。

■亚历山大图书三劫

当时世界上藏书最多的图书馆：

第1次劫难：前47年，罗马凯撒烧毁了亚历山大港的舰队，大火殃及亚历山大图书馆，70万卷图书付之一炬

第2次劫难：公元392年罗马狄奥多修下令拆毁塞拉皮斯希腊神庙，30多万件希腊文手稿被毁。

第3次劫难：公元640年阿拉伯奥马尔一世下令收缴亚历山大城全部希腊书籍予以焚毁。



希帕蒂娅

(公元370—415年)



1. 泰勒斯	14. 刘徽	27. 阿尔·巴塔尼	40. 雷格蒙塔努斯
2. 毕达哥拉斯	15. 祖冲之	28. 奥马·海雅姆	41. 阿尔贝蒂
3. 芝诺	16. 贾宪	29. 阿尔·比鲁尼	42. 德沙格
4. 柏拉图	17. 杨辉	30. 纳西尔丁	43. 帕斯卡
5. 亚里士多德	18. 秦九韶	31. 阿尔·卡西	44. 纳皮尔
6. 欧几里得	19. 郭守敬	32. 博埃齐	45. 徐光启
7. 阿基米德	20. 朱世杰	33. 斐波那契	46. 伽利略
8. 阿波罗尼奥斯	21. 李冶	34. 帕乔利	47. 开普勒
9. 帕波斯	22. 程大位	35. 塔塔利亚	48. 笛卡儿
10. 托勒密	23. 阿耶波多	36. 卡尔丹	49. 沃利斯
11. 丢番图	24. 婆罗摩笈多	37. 韦达	50. 卡瓦列里
12. 希帕蒂娅	25. 婆什迦罗	38. 史蒂文	51. 托里切利
13. 张衡	26. 阿尔·花拉子米	39. 奥雷斯姆	

3.1.6 中国古典极限哲学的异曲同工 (5分45)





3.1.5 科学界最牛合影(9分45)





皮卡尔德

亨利厄特

埃伦费斯特

赫尔岑

德康德

薛定谔

阿尔夏费尔德

泡利

海森堡

福勒

布里渊

德拜

玻尔

努森

布拉格

克莱默

狄拉克

康普顿

德布罗意

波恩

朗缪尔

普朗克

居里夫人

洛仑兹

爱因斯坦

朗之万

古耶

威尔逊

里查森