

## 微积分基本公式单元教学设计

单元名称：微积分基本公式				单元教学学时	2
				在整体设计中的位置	第 21 次
授课班级		上课时间		上课地点	
教学目标	能力目标			知识目标	素质目标
	1. 能利用原函数存在定理解决积分上限的函数求导问题； 2. 会用牛顿-莱布尼兹公式求定积分			1. 理解原函数存在定理； 2. 掌握牛顿-莱布尼兹公式	培养学生逻辑推导能力
能力训练任务	任务 1 积分上限的函数 任务 2 原函数存在定理 任务 3 微积分基本公式				
案例和教学材料	1. 教材：《高等数学及其应用（第 3 版）》，吕同富，高等教育出版社，2018. 4.				

### 单元教学进度

步骤	教学内容及能力/知识目标	教师活动	学生活动	时间分配
1 (任务 1)	介绍积分上限的函数 设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上可积，则对任意的 $x \in [a, b]$ ， $f(x)$ 在 $[a, x]$ 上的定积分 $\int_a^x f(x)dx$ 存在，这时 $x$ 既表示积分上限，又表示积分变量。因为定积分与积分变量的字母表示无关，所以为了避免引起混淆，把积分变量换成 $t$ ，则上面的定积分可写成 $\int_a^x f(t)dt$ 。 当积分上限 $x$ 在 $[a, b]$ 上任意变动时，对于每一个 $x$ ，都有一个确定的积分值 $\int_a^x f(t)dt$ 与之对		观察图形思考	10 分钟



	<p>应, 这样, <math>\int_a^x f(t)dt</math> 是定义在区间 <math>[a, b]</math> 上的一个函数, 称为积分上限的函数, 记作 <math>\Phi(x)</math>, 即</p> $\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad a \leq x \leq b$			
2(任务2)	<p>原函数存在定理:</p> <p>定理 1 如果 <math>f(x)</math> 在闭区间 <math>[a, b]</math> 上连续, 那么积分上限的函数 <math>\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt</math> 在 <math>[a, b]</math> 上可导, 并且</p> $\Phi'(x) = \frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$ <p>(<math>a \leq x \leq b</math>).</p> <p>定理 2(原函数存在定理) 如果函数 <math>f(x)</math> 在区间 <math>[a, b]</math> 上连续, 则积分上限的函数 <math>\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt</math> 是 <math>f(x)</math> 在区间 <math>[a, b]</math> 上的一个原函数.</p> <p>例 1 已知 <math>\Phi(x) = \int_1^x e^t dt</math>, 求 <math>\Phi'(0)</math> 和 <math>\Phi'(2)</math>.</p> <p>例 2 已知 <math>\Phi(x) = \int_x^{-1} \sqrt{1+t^2} dt</math>, 求 <math>\Phi'(x)</math>.</p> <p>例 3 已知 <math>\Phi(x) = \int_0^{x^2} \frac{\cos t}{t} dt</math>, 求 <math>\Phi'(x)</math>.</p> <p>例 4 求极限 <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\int_x^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt}{x - \frac{\pi}{2}}</math>.</p>	观察原函数存在定理的结论, 总结各种不同函数的求导计算方法	分组研讨	40 分钟
3(任务3)	<p>定理 3(牛顿—莱布尼兹公式) 如果函数 <math>f(x)</math> 在闭区间 <math>[a, b]</math> 上连续, <math>F(x)</math> 是 <math>f(x)</math> 在 <math>[a, b]</math> 上任一个原函数, 则有</p> $\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a) .$	教师讲授定理	学生认真听课并回答问题	30 分钟

	<p>例 5 求 <math>\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx</math>.</p> <p>例 6 求 <math>\int_1^2 (x^2-1) \frac{1}{\sqrt{x}} dx</math>.</p> <p>例 7 设 <math>f(x) = \begin{cases} x-1 &amp; x \leq 0 \\ x^2-1 &amp; x &gt; 0 \end{cases}</math>, 求 <math>\int_{-1}^1 f(x) dx</math>.</p> <p>例 8 求 <math>\int_0^{2\pi}  \sin x  dx</math>.</p>			
总结	原函数存在定理的思想 微积分基本公式			10 分钟
作业	完成课后习题并预习下一节：第一类换元积分法			