

## 第一类换元积分法单元教学计划

单元名称： 第一类换元积分法				单元教学学时	2
				在整体设计中的位置	第 22 次
授课班级		上课时间		上课地点	
教学目标	能力目标			知识目标	素质目标
	1. 能利用第一类换元积分法求不定积分			1. 理解第一类换元积分法的思想	培养学生逻辑推导能力
能力训练任务	任务 1 凑微分法求不定积分				
本次课使用的外语单词	不定积分 indefinite integral;				
案例和教学材料	1. 教材：《高等数学及其应用（第 3 版）》，吕同富，高等教育出版社，2018. 4. 2. 案例：变速运动物体的运动规律				

### 单元教学进度

步骤	教学内容及能力/知识目标	教师活动	学生活动	时间分配
1(引入任务)	我们能否从基本积分公式 $\int \cos x dx = \sin x + C$ 得出 $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$ 呢？由于不定积分与求导是逆运算，因此 $(\sin 2x + C)' = 2 \cos 2x \neq \cos 2x$ . 显然，这推测是错误的.  比较 $\int \cos \underline{x} dx$ 与 $\int \cos \underline{2x} dx$ ，我们发现变量 <div style="display: flex; justify-content: space-around; font-size: small;"> <span>变量相同</span> <span>变量不同</span> </div>		思考	10 分钟

	<p>不统一就不能用基本积分公式,根据复合函数的微分法我们可作变换得到</p> $\int \cos 2x dx = \int \cos 2x \cdot \frac{1}{2} d(2x)$ $= \frac{1}{2} \int \cos 2x d 2x = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$			
2(任务1)	<p>定理 设 <math>F(u)</math> 是 <math>f(u)</math> 的一个原函数,即 <math>\int f(u) du = F(u) + C</math>, <math>u = \varphi(x)</math> 可导,则</p> $\int f[\varphi(x)] \varphi'(x) dx \xrightarrow{\text{凑微分}} \int f[\varphi(x)] d\varphi(x) \xrightarrow{\text{令 } \varphi(x) = u}$ $\int f(u) du = F(u) + c$ <p>回代 <math>u = \varphi(x)</math></p> $F[\varphi(x)] + C.$ <p>这种先“凑”微分,再作变量置换的方法叫第一类换元积分法,又称凑微分法.</p> <p>例1 求 <math>\int \frac{1}{3x+2} dx.</math></p> <p>例2 求 <math>\int e^{2x+5} dx.</math></p> <p>例3 求 <math>\int \sin(3x+2) dx.</math></p> <p>例4 求 <math>\int \frac{1}{x^2+a^2} dx.</math></p> <p>例5 求 <math>\int (5x-2)^8 dx.</math></p> <p>例6 求 <math>\int \frac{1}{x^2-9} dx.</math></p>	讲解凑微分的技巧	分组研讨,训练巩固	30分钟
3(任务2)	<p>学生总结凑微分方法.</p> <p>(1) 把被积函数的一部分,利用微分,转移到 <math>d</math> 的后面,形成某函数的微分</p> <p>(2) <math>d</math> 后面的微分正好与被积函数剩下的部分有相同的关系,然后把它们看成一个整体,利用基本初等函数公式求得.</p> <p>(3) 前面的转移到 <math>d</math> 后面的函数被看做一个整体,其实也是换元法,所以凑微分又叫第一换元法.</p>	教师启发引导	学生总结	10分钟

4(任务3)	<p>例7 求 <math>\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} dx</math>.</p> <p>例8 求</p> <p>(1) <math>\int \cot x dx</math> ;</p> <p>(2) <math>\int \sin^2 \frac{x}{2} dx</math> ;</p> <p>(3) <math>\int \sin^3 x dx</math> ;</p> <p>(4) <math>\int \sec x dx</math> .</p>	根据微分、积分的关系, 熟练思考凑微分的类型	训练	30 分钟
总结	凑微分运用时的难点在于原题并未指明把哪一部分凑成 $d\varphi(x)$ . 这需要解题经验, 多做练习, 做熟悉。			10 分钟
作业	第一类换元积分法的课后训练			
课后体会	凑微分运用时的难点在于原题并未指明把哪一部分凑成 $d\varphi(x)$ . 这需要解题经验, 多做练习, 做熟悉。			