

单元名称	第一类换元积分法	授课学时：2 学时
教学目标	知识目标	理解第一类换元积分法的思想
	能力目标	能利用第一类换元积分法求不定积分
	素质目标	培养学生对数学基础知识的运用能力和逻辑推导能力
教学重点	重点内容： 凑微分	
	解决办法： 通过典型例题增强理解	
教学难点	难点内容： 凑微分	
	解决办法： 练习训练	
教学方法与手段	讲解、练习、课件演示、在线教学平台	
教材及相关教学资源	1. 吕同富,《高等数学及其应用》,北京,高等教育出版社. 2. 同济大学数学系,《高等数学》,北京,高等教育出版社. 3. 康永强,《应用数学与数学文化》,北京,高等教育出版社.	
教学过程		备注
<p>第一部分：引入凑微分法 我们能否从基本积分公式</p> $\int \cos x dx = \sin x + C$ <p>得出 $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$ 呢？由于不定积分与求导是逆运算,因此 $(\sin 2x + C)' = 2 \cos 2x \neq \cos 2x$. 显然, 这推测是错误的.</p> <p>比较 $\int \cos x dx$ 与 $\int \cos 2x dx$, 我们发现变量不统一就不能用基本积分公式, 根据复合函数的微分法我们可作变换得到</p> $\int \cos 2x dx = \int \cos 2x \cdot \frac{1}{2} d(2x) = \frac{1}{2} \int \cos 2x d2x = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$		本节课较难,以教师讲解、学生训练为主
<p>第二部分：凑微分定理</p> <p>定理 设 $F(u)$ 是 $f(u)$ 的一个原函数, 即 $\int f(u) du = F(u) + C$, $u = \varphi(x)$ 可导, 则</p> $\int f[\varphi(x)] \varphi'(x) dx \xrightarrow{\text{凑微分}} \int f[\varphi(x)] d\varphi(x) \xrightarrow{\text{令 } \varphi(x) = u} \int f(u) du = F(u) + C \xrightarrow{\text{回代 } u = \varphi(x)} F[\varphi(x)] + C.$ <p>这种先“凑”微分, 再作变量置换的方法叫第一类换元积分法, 又称凑微分法.</p> <p>例 1 求 $\int \frac{1}{3x+2} dx$.</p>		

<p>例 2 求 $\int e^{2x+5} dx$.</p> <p>例 3 求 $\int \sin(3x+2) dx$.</p> <p>例 4 求 $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx$.</p> <p>例 5 求 $\int (5x-2)^8 dx$.</p> <p>例 6 求 $\int \frac{1}{x^2-9} dx$.</p>	
<p>第三部分： 学生总结凑微分方法。</p> <p>(1) 把被积函数的一部分，利用微分，转移到 d 的后面，形成某函数的微分</p> <p>(2) d 后面的微分正好与被积函数剩下的部分有相同的关系，然后把它们看成一个整体，利用基本初等函数公式求得。</p> <p>(3) 前面的转移到 d 后面的函数被看做一个整体，其实也是换元法，所以凑微分又叫第一换元法。</p>	
<p>第四部分：</p> <p>例 7 求 $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} dx$.</p> <p>例 8 求</p> <p>(1) $\int \cot x dx$ ；</p> <p>(2) $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$；</p> <p>(3) $\int \sin^3 x dx$ ；</p> <p>(4) $\int \sec x dx$.</p>	
<p>第五部分：课堂小结</p> <p>凑微分运用时的难点在于原题并未指明把哪一部分凑成 $d\varphi(x)$,这需要解题经验，多做练习，做熟悉。</p>	
<p>第六部分：布置作业</p> <p>第一类换元积分法的课后训练</p>	