


第 15 课 利用导数求极限（洛必达法则）

课 题	利用导数求极限（洛必达法则）	
课 时	2 课时（90 min）	
教学目标	<p>知识技能目标： 掌握使用洛必达法则求函数极限的方法</p> <p>思政育人目标： 通过为学生介绍使用洛必达法则求一些函数的极限的方法，使学生认识到解决问题是需要一定技巧的；培养学生的逻辑思维、辩证思维和创新思维能力；引导学生运用所学知识揭示生活中的奥秘，在实践中深化认识，达到学以致用目的</p>	
教学重难点	<p>教学重点：利用导数求极限</p> <p>教学难点：使用洛必达法则求一些函数的极限</p>	
教学方法	讲授法、问答法、讨论法、演示法、实践法	
教学用具	电脑、投影仪、多媒体课件、教材	
教学设计	<p>第一节课：课前任务→考勤（2 min）→复习（10 min）→趣味阅读（10 min）→讲授新课（23 min）</p> <p>第二节课：课堂测验（20 min）→课堂指导（22 min）→课堂小结（3 min）→课后拓展</p>	
教学过程	主要教学内容及步骤	设计意图
第一节课		
课前任务	<p>【教师】和学生负责人取得联系，布置课前任务，提醒同学做完作业，在指定时间内交齐</p> <p>【学生】做完作业，在指定时间内交齐</p> <p>【教师】通过文旌课堂 APP 或其他学习软件，布置课前问答题：</p> <p>（1）什么样的函数是无穷小量、无穷大量？它们之间的关系是怎样的？</p> <p>（2）什么是洛必达法则？</p> <p>（3）如何使用洛必达法则求极限？</p> <p>（4）使用洛必达法则求极限时，需要注意哪些问题？</p> <p>【学生】查找资料，预习教材</p>	通过课前的预热，让学生了解所学科目的大概方向，激发学生的学习欲望
考勤 (2 min)	<p>【教师】清点上课人数，记录好考勤</p> <p>【学生】班干部报请假人员及原因</p>	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况

<p>复习</p> <p>(10 min)</p>	<p>【教师】提前设计好的上节课的复习题目，并针对学生存在的问题及时讲解</p> <p>【学生】做复习题目</p>	<p>复习上节课所学内容，为讲授新课打好基础</p>
<p>趣味阅读</p> <p>(10 min)</p>	<p>【教师】讲述《蜂巢中的数学》，增加数学的趣味性，拉近学生和数学之间的距离，提高学生的数学学习兴趣</p> <p>【学生】聆听、思考</p>	<p>通过故事导入，吸引学生关注，调动学生的主观能动性</p>
<p>讲授新课</p> <p>(23 min)</p>	<p>【教师】讲解洛必达法则，并通过例题介绍其使用方法</p> <p>两个无穷小之比或两个无穷大之比的极限称为未定式极限（或未定型极限），分别记作 $\frac{0}{0}$ 或 $\frac{\infty}{\infty}$。本节将介绍一种求未定式极限的简便而重要的法则——洛必达法则。</p> <p>定理（洛必达法则） 若</p> <p>(1) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0,$</p> <p>(2) $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 x_0 的某邻域内（点 x_0 可除外）可导，且 $g'(x) \neq 0,$</p> <p>(3) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = A$（$A$ 为有限数，也可为 $+\infty$ 或 $-\infty$），</p> <p>则</p> $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = A.$ <p>这种在一定条件下，通过对分子、分母分别求导来计算未定式极限的方法，称为洛必达法则。</p> <p> 提示</p> <p>上述定理对 $x \rightarrow \infty$ 时的 $\frac{0}{0}$ 型未定式同样适用，对 $x \rightarrow x_0$ 或 $x \rightarrow \infty$ 时的 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式也适用。</p> <p>例 1 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$</p> <p>解 此题属于 $\frac{0}{0}$ 型未定式，应用洛必达法则得</p> $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 3x + 2)'}{(x^3 - x^2 - x + 1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{3x^2 - 2x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 - 3)'}{(3x^2 - 2x - 1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{6x - 2} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$ <p>例 2 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$</p> <p>解 此题属于 $\frac{0}{0}$ 型未定式，应用洛必达法则得</p>	<p>学习洛必达法则的使用方法。边做边讲，及时巩固练习，实现教学做一体化</p>

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} = \frac{1}{2}.$$

(例 3~例 6 详见教材)

Q 例 7 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x$ ($n > 0$).

解 此题属于 $0 \cdot \infty$ 型未定式. 因为

$$x^n \ln x = \frac{\ln x}{\frac{1}{x^n}},$$

所以当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 上式右端是 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式, 应用洛必达法则, 得

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^{-n}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-nx^{-n-1}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{-x^n}{n} \right) = 0.$$

! 注意

在使用洛必达法则时, 应注意如下几点:

- (1) 每次使用法则前, 必须检验所给未定式是否属于 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式. 若不是这两种未定式, 应先将所给未定式转化为这两种未定式, 否则不能使用该法则.
- (2) 若有可约因子, 或有非零极限值的乘积因子, 则可先约去或提出, 以简化演算步骤.
- (3) 当 $\lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 不存在 (不包括 ∞ 的情形) 时, 并不能断定 $\lim \frac{f(x)}{g(x)}$ 也不存在, 此时应使用其他方法求极限.

【学生】 理解洛必达法则, 能够使用洛必达法则求一些函数的极限

第二节课

<p>课堂测验 (20 min)</p>	<p>教师在文旌课堂 APP 或其他学习平台中发布测试的题目, 并让学生加入测试。 【教师】从教材配套题库中选择几道题目, 测试一下大家的学习情况 【学生】做测试题目</p>	<p>通过测试, 了解学生对知识点的掌握情况, 加深学生对本节课知识的印象</p>
<p>互助指导 (22 min)</p>	<p>选出优秀学生带动、指导其他同学掌握知识点 【教师】公布题目的正确答案, 每组指定一名答题准确率最高的同学, 辅导本组的未答对同学掌握答题知识, 实现组内互助 【学生】核对自己的答题情况, 对比答题思路, 巩固答题技巧</p>	<p>以学生为主体, 针对学生接受能力的差异性, 让优秀学生带动其他学生掌握知识点</p>

课堂小结 (3 min)	<p>【教师】简要总结本节课的要点 本节课上大家掌握了使用洛必达法则求函数极限的方法，课后要多加练习，巩固认知</p> <p>【学生】总结回顾知识点</p> <p>【教师】布置课后作业：习题 4-1</p>	总结知识点，巩固印象
课后拓展	<p>【教师】在文旌课堂 APP 或其他学习平台上共享本节课知识相关的学习链接</p> <p>【学生】登录文旌课堂 APP 或其他学习平台查看相关知识链接，完成课后任务</p>	延展知识面，多学科交叉学习
教学反思	<p>本节课知识点较少，学生在课堂上做了大量练习题，安排优秀学生对后进生进行了指导，还针对学生练习中出现的问题进行了细致的辅导，为学生解决了很多以前没有弄懂的问题</p>	