

《漫话数学》

漫
话
数
学

应用数学
应用数学

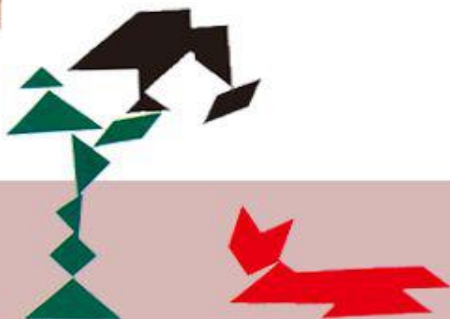
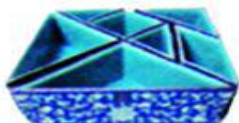
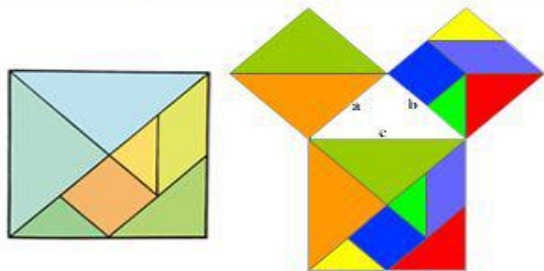
应用数学

七巧板

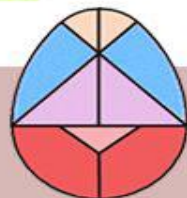
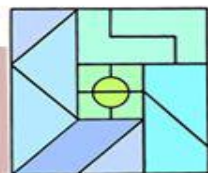
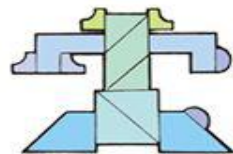
主讲：卜宪敏

Q 11 七巧板

千变万化七巧板
七巧板简史
七巧板的制作
蕴含的数学关系
七巧板拼接方法
七巧板大观园



拼凸多边形
有空洞七巧图
七巧板悖论
七巧板妙用



益智图
T字之谜
心形拼板
圆形七巧板
蛋形拼板
外国的巧板

千变万化七巧板

七巧板（国外称之为唐图Tangram）是我国古代劳动人民的发明，其历史至少可以追溯到公元前1世纪，明、清时期在民间已广泛流传。

清陆以活《冷庐杂识》卷一中写道：“近又有七巧图，其式五，其数七，其变化之式多至千余。体物肖形，随手变幻，盖游戏之具，足以排闷破寂，故世俗皆喜为之。”

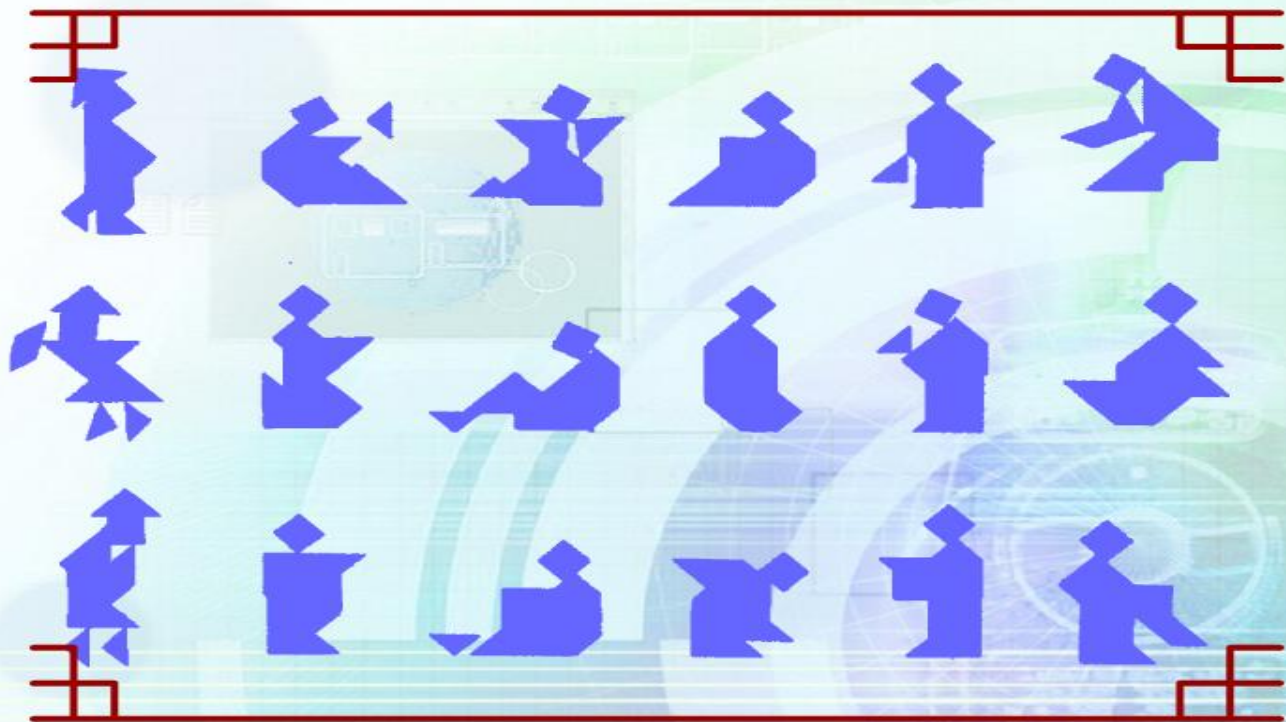
你玩过七巧板吗？试试用简简单单的七块板，拼出下面千变万化的平面图形吧。



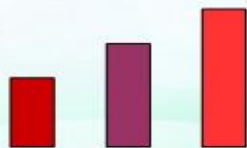
“水浒108将人物图谱”

七巧板按不同的方法拼摆、组合可以拼排成各种各样的几何图形和形象，如人物、桥梁、船只、房屋、手枪以及动物等。

玩七巧板是一种锻炼发散思维的游戏，有利于提升人们的观察力、注意力、想象力和创造力。它可以单人玩，也可以多人合作同时玩。



七巧板简史

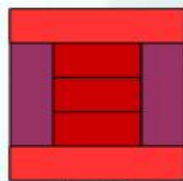


在《中国大百科全书》中，对七巧板的来历有如下一段简短的介绍：

“七巧板由宋代的燕(宴)几图演变而来。黄伯思撰《燕几图》。明代严澄著《蝶几谱》将方形案几改为三角形。用13张三角形的案几合为蝶翅形，称为蝶翅几，也可拼出各种图形。清初始有定型的七巧板。嘉庆(1796~1820)养拙居士著《七巧图》刊行，使之流传。”

① 燕几 (Banquet Tables)

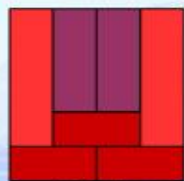
古时“燕”通“宴”，燕几即宴请宾客时用的案几。共3小桌、2中桌、2长桌，桌长分别是桌宽的2, 3, 4倍。黄伯思撰《燕几图》中提到设宴款待宾客时，依据人数多少和菜肴丰约来拼凑燕几的形状，可以拼合成25件76种格局的组合桌，非常实用而且有趣。



函三



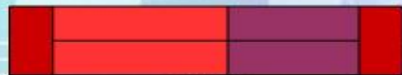
瑶池



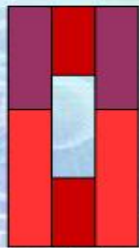
屏山



杏坛



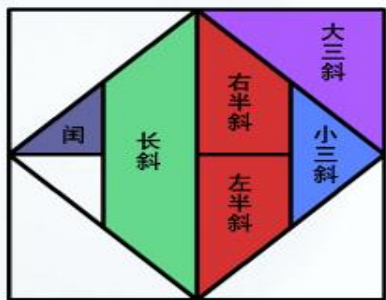
宝带



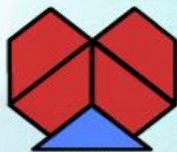
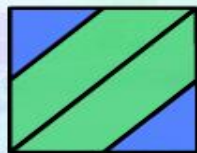
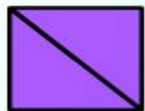
虚中

②蝶几 (Butterfly Tables)

明代严澄舍弃了燕几的长形态，而采用三角、梯形等为基本形态，发明了“蝶翅几”。



蝶翅几每套有13件：长斜2、右半斜2、左半斜2、大三斜2、小三斜4、闰1。蝶翅几虽是严澄发明的，但流传于世的《蝶几谱》却是明人戈汕于1617年编著的，其中有山、亭、磬、鼎、瓶、叶、花卉、席幔、飞鸿、蝴蝶等图形100多幅。其中给出实用器方桌的多种拼法，同时如果选用不同的部件又能拼出大小不同的方桌。



双鱼



轻燕



飞鸿



胆瓶

美国埃塞克斯匹帮顿博物馆 (Peabody Essex Museum) 收藏有一套18世纪中国红木、瘿木“带冰纹脚搁的七巧桌”，这一组合桌正是沿用了“蝶几”的形制。

视频



③七巧板 (Tangram)

在燕几、蝶几的基础上，出现了七巧案几的组合家具形制。同时一种作为专供富人们消遣的玩具七巧板也问世了。



视频



苏州留园红木七巧桌制作于清代中晚期，采用大理石面装饰，被分为两组，并分别安上一个方形的桌面罩。罩面上又分别刻有棋局，一为围棋局，另一为象棋局。

留园七巧桌

与清代嘉庆年间养拙居士所著《七巧图》同时期的还有碧梧居士的《七巧图合璧》。

19世纪，由于中国东南沿海地区的对外贸易关系，七巧板作为一种消遣品的形式传入欧美，受到他们的欢迎与重视。李·约瑟说它是“东方最古老的消遣品”之一。后来萨姆·劳埃德对七巧板进行整理发掘，并发表了专著《The 8th book of Tan: 700 tangrams》。



西方人玩七巧板着了迷都不想睡觉了，真是废寝忘食啊！



我国清代的民俗画家吴有如就画过一幅《天然巧合》，反映的是妇女玩七巧板时的情景。



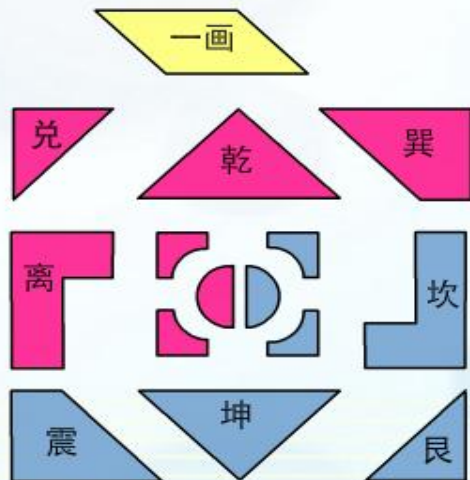
④ 益智板 (Fifteen-Piece Puzzle)

视频

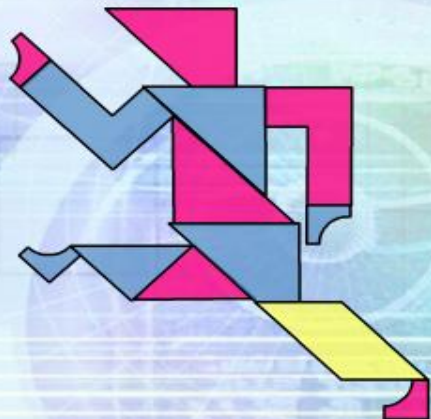


清末文人童叶庚对七巧板和“十三只做式图”（即蝶几图）进行研究后，取长补短，产生“环视为圆，合矩成方，千变万化，十色五光”的方案，制成十五巧板，取名“益智图”。

益智图中的15块分割源于《易经》的卦与爻：一画、二仪、四象、八卦。卦中又分乾、坤、坎、离、巽、艮、震、兑，“合阳九阴六得十五之数”。他的《益智图》成书并刊印于1878年，即光绪四年，也就是在七巧板问世以后约100年。



古图“咏鹅”

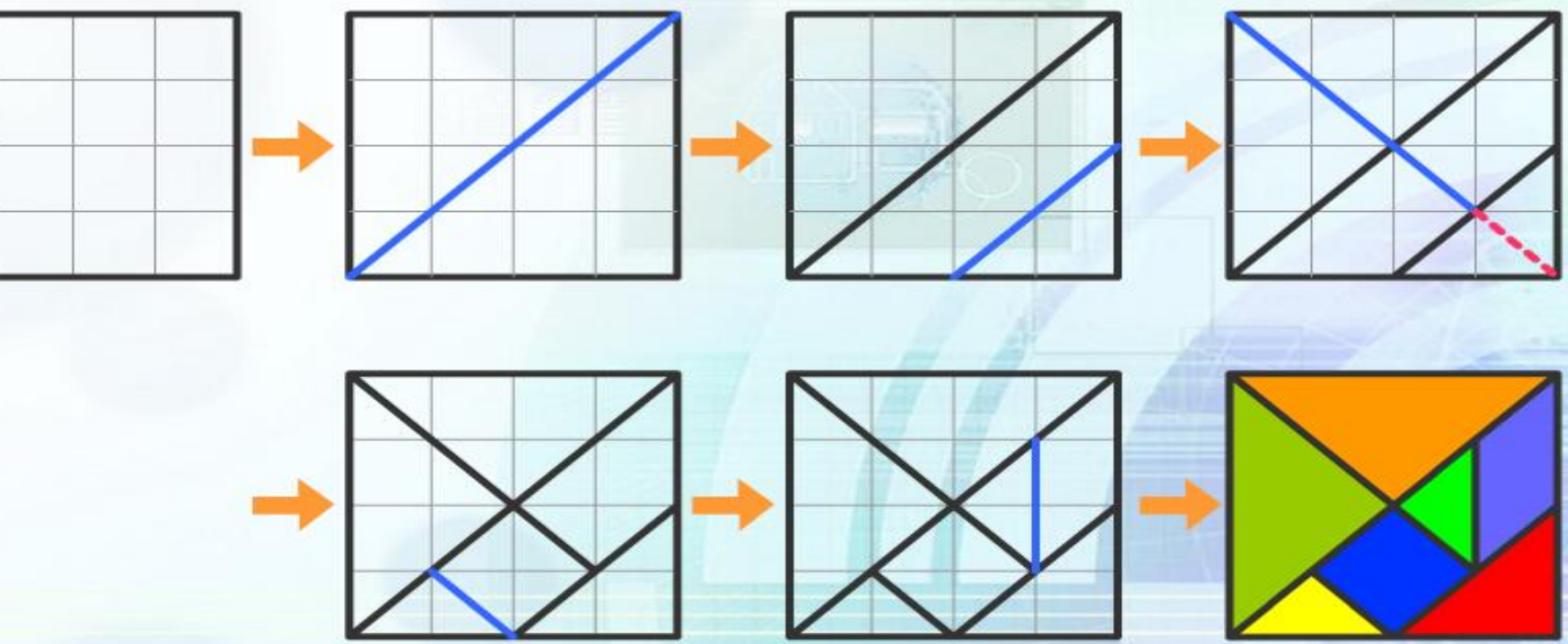


今图“为北京奥运喝彩”

七巧板的制作

制作七巧板通常可以就地取材，只需：一纸、一笔、一尺和一剪刀，也可以准备一些颜色不同的笔。

从一个正方形



基于两个正方形

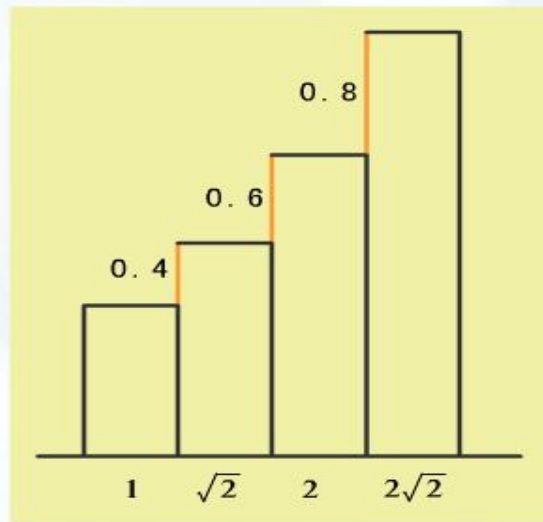


So easy!



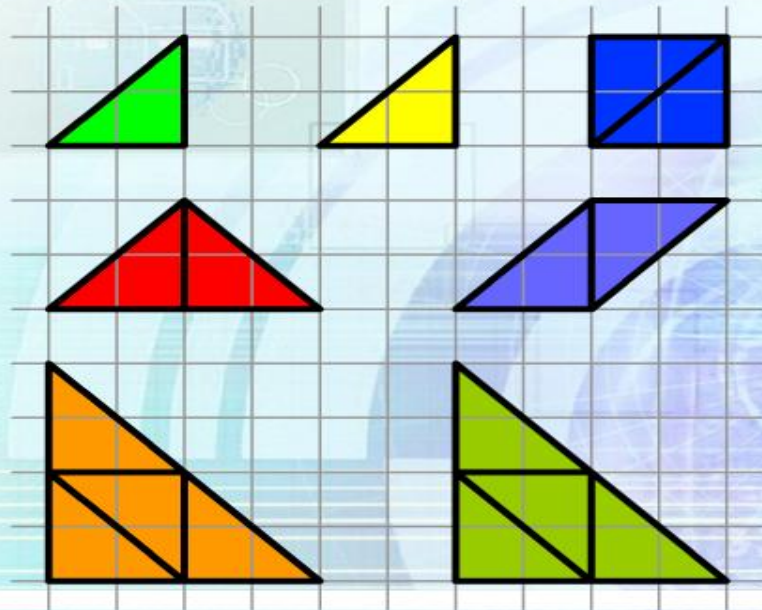
蕴含的数学关系

边 如果把七巧板中小正方形的边长设为1，那么其中组块的边长只有 $1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}$ ，这四个长度近似形成了0.4, 0.6, 0.8这三个均匀递增的台阶，这是七巧板奥秘所在的第一个数学基础。



角

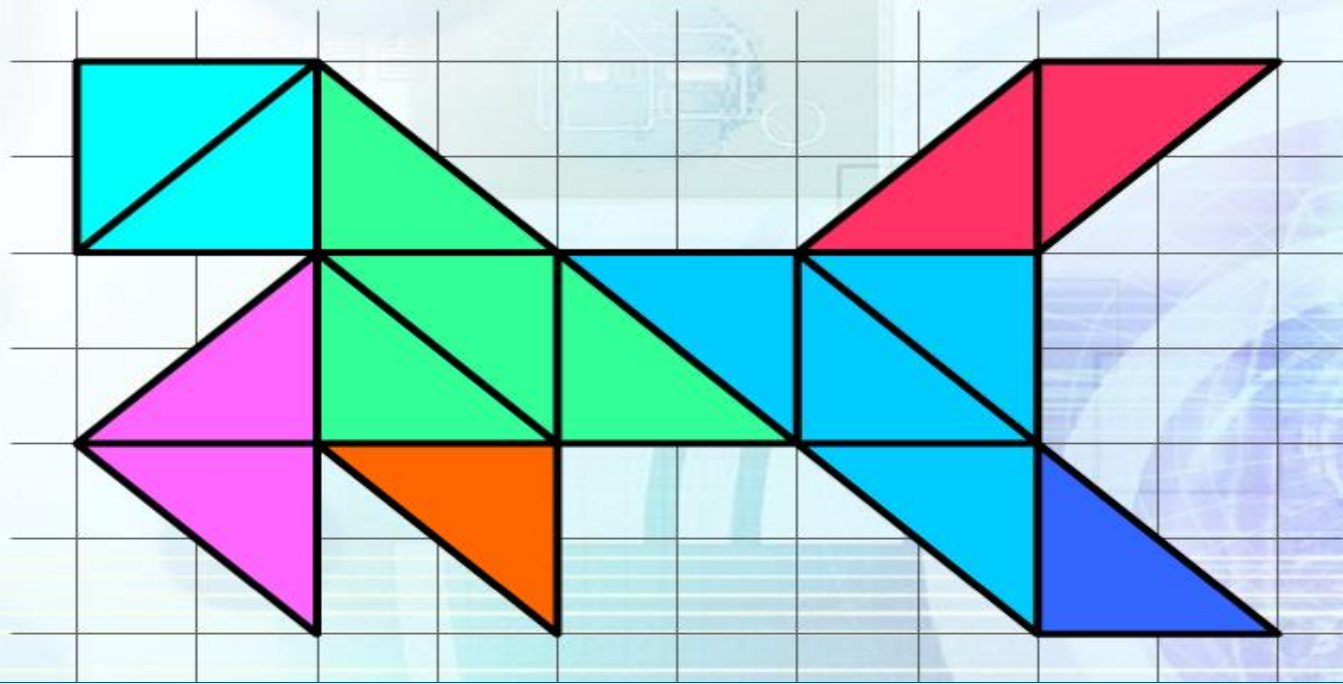
组块的内角都是 45° 的整数倍，所有内角形成1: 2: 3的关系，为拼出丰富的图形奠定了另一个数学基础。



面积 7个组块的面积之间存在着1: 2: 4的关系，可拆分为16块全等的小三角形，这为它们相互替代、组合创造了条件。

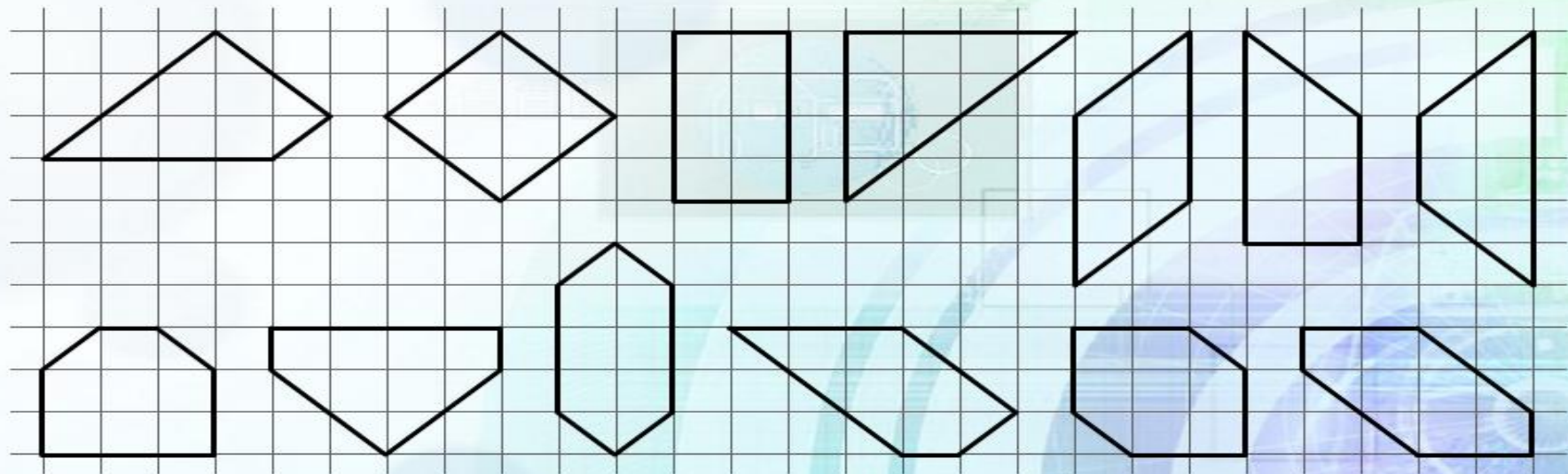
3、正规七巧图 (regular tangram或snug tangram)

七巧板可以看成是由16个全等的基本三角形所组成的，如果把其中的直角边叫“有理边”，斜边叫“无理边”。在拼接七巧板时，如果限制两块组件之间要么通过有理边相连，要么通过无理边相连，而不能让一块的有理边与另一块的无理边相连，这样形成的七巧图我们起名为“正规七巧图”。



拼凸边形

用七巧板究竟能拼成多少种凸多边形呢？将鼠标放在图案上可显示参考解答。

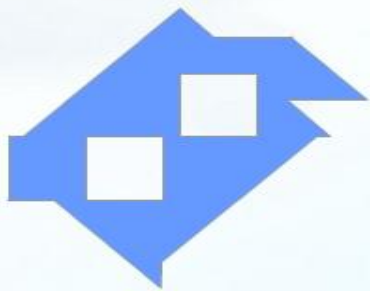


1942年，我国数学家王福春、熊全治证明了七巧板只能拼出13个不同的凸多边形。其中有1个三角形、1个正方形、1个长方形、1个平行四边形、3个梯形、2个五边形和4个六边形。

有空洞的七巧图

趣题大师马丁·加德纳曾提出了下列问题：

能不能拼出具有3个空洞的七巧图？这3个空洞可以是2个三角形加一个正方形，也可以是2个矩形加一个三角形；3个空洞要么都是内部空洞，如果是边缘空洞，则要求它们彼此不能相连。能不能拼出有2个面积各为1的内部空洞、且彼此不相连的七巧图？这些问题难度比较大，不经过深思熟虑和巧妙安排是难以拼出来的。他自己给出了一组解答：



七巧板悖论

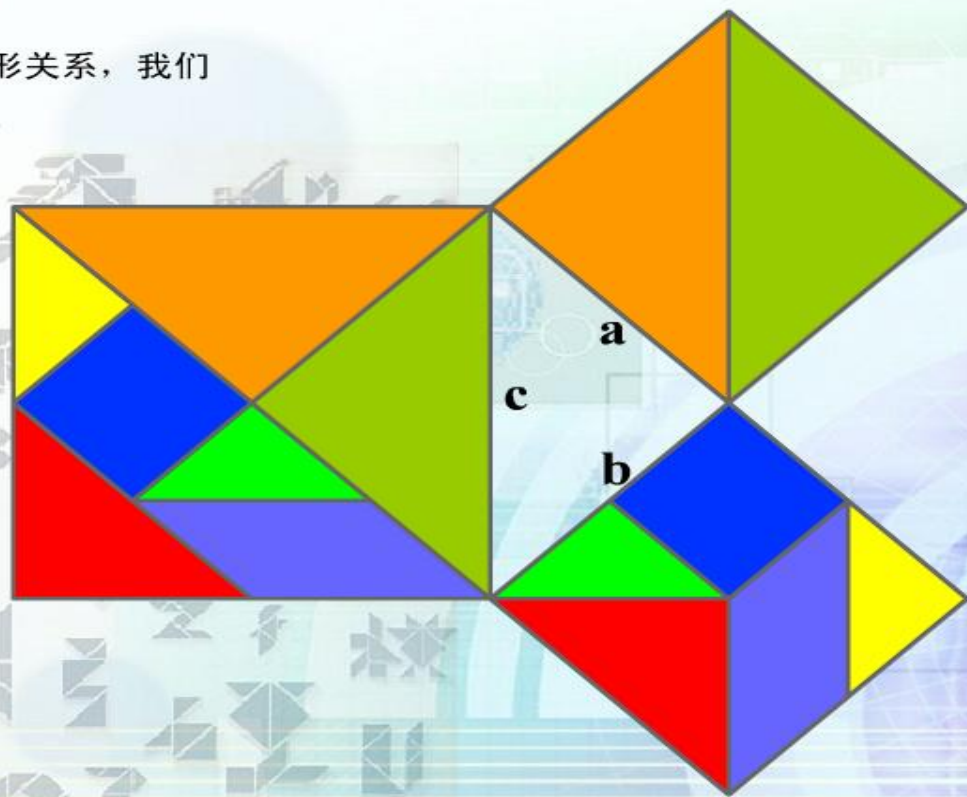
相信吗？这几组图案都是用同一组七巧板拼成的。

(点击图案可显示参考解答)

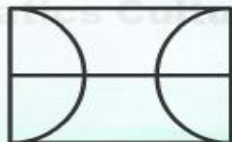


七巧板的妙用

由于七巧板特殊的图形关系，我们
可以用它来验证勾股定理。



七巧板用于幼儿教育，用以提高幼儿的想象力和智力，大概是再好不过的工具了。



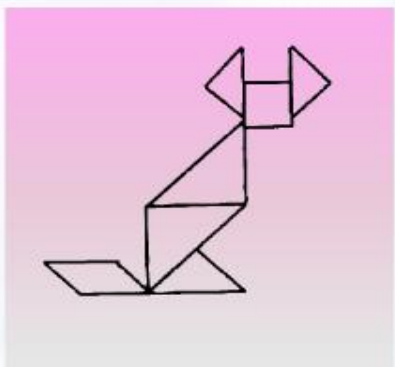
伤疤脸的传说

美国印第安纳州的幼儿教育专家瓦莱里·玛琦 (Valerie March) 在1996年出版了一本介绍她利用七巧板向孩子们讲故事的书 (Story Puzzles: Tales in the Tangram Tradition, Alleyside Pr.)。为了使形象更加生动活泼，玛琦用了一副标准七巧板，再加一副她自己设计的“六巧板”。

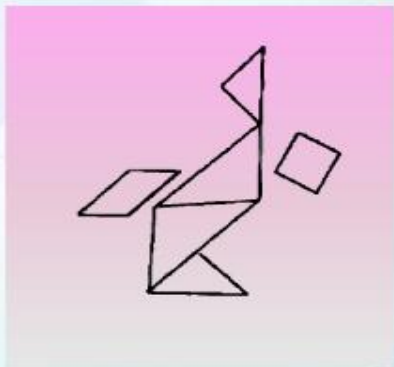
中国长春美术电影制片厂于1986年12月完成的剪纸片《巧在七中》，采用七巧板的形式，生动的再现了古代寓言“守株待兔”的故事。该片构思巧妙，制作新颖，整个形式都令人耳目一新，具有很强的艺术感染力，得到了广大专家与观众们的好评。被许多中小学和幼儿园广泛应用于课堂教学。



七巧板也被用作传递信息的工具。在《狄仁杰断案传奇》中有讲述了这样一件事：拼图好手蓝大魁在中毒去世以前，为了把凶手告诉世人，用七巧板摆了一个图形，但只摆了6块就死去了，另一块还拿在手里。倒地死去时，他又碰歪了已摆好的图形，成了中下图那样。



狄公摆的猫



蓝大魁摆的图



陆陈氏摆的鸟

蓝大魁想摆出一个什么图形提示凶手是谁呢？狄公反复地摆弄这个图形。偶然地，他摆成了如左上图所示的一个图案，“这不是一只猫吗？”狄公高兴得跳了起来，因为在嫌疑人中，有一个外号“猫”的妇女陆陈氏。于是狄公信心十足地提审陆陈氏，指证她就是凶手。启料陆陈氏也是摆弄七巧板的好手，面对狄公当堂摆出的猫形图案，陆陈氏三下两下，就把它变成了一只鸟，从而使狄公认为是最无可辩驳的证据化为乌有！当然，狄公最后通过别的途径，还是证明了陆陈氏确是凶手。

T字之谜



T字之谜 (T-puzzle) 俗称四巧板, 国外人也称之为“T板”, 由于它在日本用于智力测试, 所以在日本称它为“博士板”。据说类似的四巧板我国古时就有了, 名为“调和板”, 因为它能拼出很协调的图形。

级别	智力水平	耗时 (分钟)	在规定时间内所要完成的图形
1	三岁	2~3	镇纸
2	幼儿园	20	单人旁 角铁 木马 斧头
3	小学低年级	20	雁阵 路标 帆船 奇石
4	小学高年级	20	钩子 鹅颈 喜鹊 菱形
5	初中	20	双节棍 飞去来器 “卜” “7”
6	高中	20	鸭子 庭石 订书机 草堂
7	大学	20	天桥 火箭 台阶 狗头
8	研究生	20	火山 箭头 T字之谜
9	博士	10	手风琴

快将彩色拼板移动到黑板上进行测试吧!

( 移动;  旋转; 双击翻转)



七巧板大观园



坐立人物



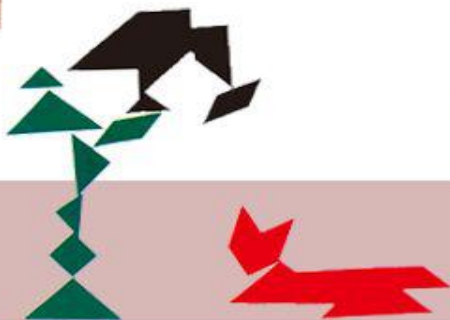
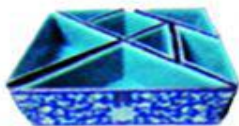
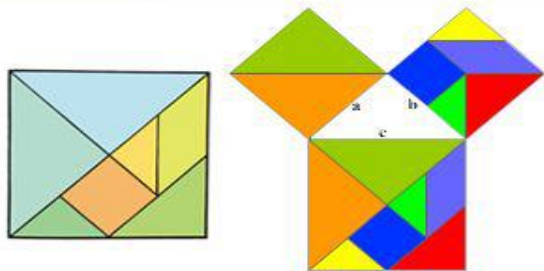
62%

OK/s

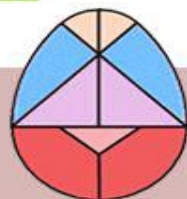
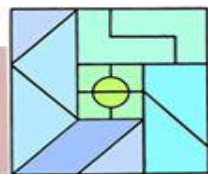
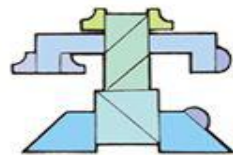
OK/s

Q 11 七巧板

千变万化七巧板
七巧板简史
七巧板的制作
蕴含的数学关系
七巧板拼接方法
七巧板大观园



拼凸多边形
有空洞七巧图
七巧板悖论
七巧板妙用



益智图
T字之谜
心形拼板
圆形七巧板
蛋形拼板
外国的巧板



美丽的自创画

