



# 数学建模

公共教学部

王嫣

# 目录

## CONTENTS

01 图论模型

02 旅行售货员问题

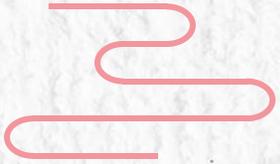


01

图论模型







## 问题提出

2001年7月13日，国际奥委会作出决定，将第二十九届夏季奥运会举办权授予中国北京。2008年3月24日，北京奥运会的圣火在希腊古奥林匹亚遗址成功采集。北京奥运火炬接力以“点燃激情，传递梦想”为口号，**历时130天，传递总里程约13.7万千米**，是奥运史上传递时间最长、参与人数最多的一次火炬传递活动。2008年5月8日，奥运圣火珠峰传递登山队挑战极限、勇攀高峰，实现了奥运圣火登上世界最高峰的历史性创举。在这届奥运会上，中国体育代表团共获得51枚金牌、21枚银牌、28枚铜牌，位居金牌榜第一，成为奥运历史上首个登上金牌榜榜首的亚洲国家。北京奥运会的巨大成功，广泛弘扬了团结、友谊、和平的奥林匹克精神，大力促进了世界各国人民间的相互了解，让“同一个世界、同一个梦想”的口号响彻寰宇。

北京奥运会火炬传递的路线规划问题，其抽象本质是什么

- A 经过的城市和城市间的路构成了图形的点和边
- B 城市和城市间的路是有长度区别的，即边的权重
- C 两城市间有路，表示为1，没有路，表示为0，写出邻接矩阵
- D 两城市间的路长可以表示在矩阵中，即赋权邻接矩阵

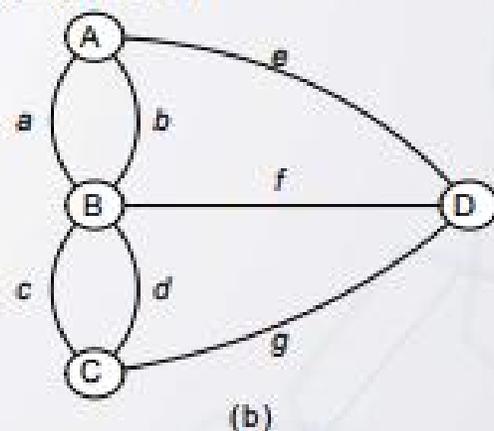
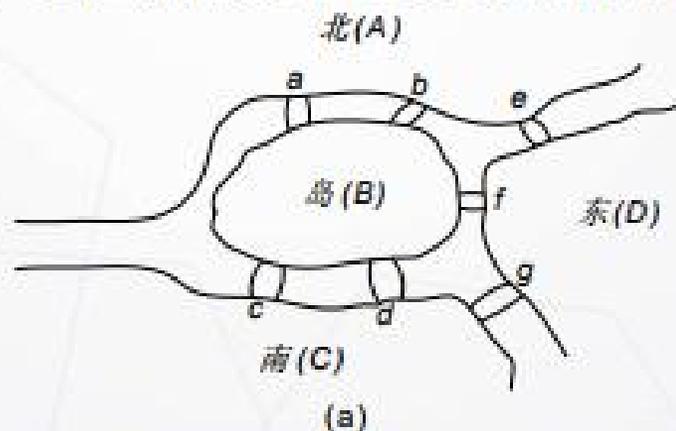
提交

## 图论模型

图用来描述某些事物之间的某种特定关系，可以对自然科学和社会科学中许多领域的问题进行恰当的描述或建模。

例如：哥尼斯堡七桥问题

图：由顶点集和顶点间关系的集合(边或弧)组成的数据结构，通常用  $G(V,E)$  来表示，其顶点集和边集分别用  $V(G)$  和  $E(G)$  表示。



# 图论模型

赋权图：若将图 $G$ 中的每条边 $e$ 都对应一个实数 $w(e)$ ，则称 $w(e)$ 为边 $e$ 的权，并称图 $G$ 为赋权图。

图中顶点和顶点之间的关系用“邻接”。

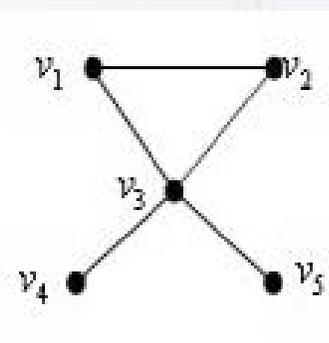
## 邻接矩阵

对无向图 $G$ ，其邻接矩阵 $A = (a_{ij})_{v \times v}$ ，其中：

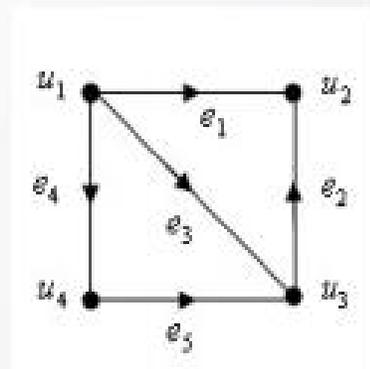
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & v_i v_j \in E \\ 0 & v_i v_j \notin E \end{cases}$$

对有向图 $G$ ，其邻接矩阵 $A = (a_{ij})_{v \times v}$ ，其中：

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{若 } (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{若 } (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$



$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$



$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$



02

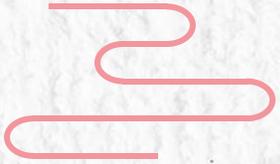
## 旅行售货员问题

## 提出问题

一名推销员准备前往若干城市推销产品，然后回到他的出发地，如何为他设计从驻地出发，经过每个城市恰好一次，最后返回驻地最短的旅行路线？这个问题称为旅行商问题。即在一个赋权完全图中，找出一个有最小权的哈密尔顿圈，称这种圈为最优圈。

从北京（Pe）乘飞机到东京(T)、纽约(N)、墨西哥城(M)、伦敦(L)、巴黎(Pa)五城市做旅游，每城市恰去一次再回北京，应如何安排旅游线，使旅程最短？各城市之间的航线距离如下表：

	L	M	N	Pa	Pe	T
L		56	35	21	51	60
M	56		21	57	78	70
N	35	21		36	68	68
Pa	21	57	36		51	61
Pe	51	78	68	51		13
T	60	70	68	61	13	



## 旅行售货员模型

设  $d_{ij}$  是  $i$  与  $j$  之间的距离,  $x_{ij} = 0$  或  $1$  ( $0$  表示不连线,  $1$  表示连线), 则有

$$\min \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij};$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in V} x_{ij} = 1, i \in V \text{ (每个点只有一条边出去);}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ji} = 1, i \in V, \text{ (每个点只有一条边进入);}$$

(除起点与终点外, 各边不构成圈)

# 编写程序

```
clc,clear
a(1,2)=56;a(1,3)=35;a(1,4)=21;a(1,5)=51;a(1,6)=60;
a(2,3)=21;a(2,4)=57;a(2,5)=78;a(2,6)=70;
a(3,4)=36;a(3,5)=68;a(3,6)=69;
a(4,5)=51;a(4,6)=61;
a(5,6)=13;
a(6,:)=0;
a=a+a';
cl=[5 1:4 6];
L=length(cl);
flag=1;
while flag>0
    flag=0;
    for m=1:L-3
        for n=m+2:L-1
            if
a(cl(m),cl(n))+a(cl(m+1),cl(n+1))<a(cl(m),cl(m+1))+a(cl(n),cl(n+1))
                flag=1;
                cl(m+1:n)=cl(n:-1:m+1);
            end
        end
    end
end
end
```

```
sum1=0;
for i=1:L-1
    sum1=sum1+a(cl(i),cl(i+1));
end
circle=cl;
sum=sum1;
cl=[5 6 1:4];%改变初始圈。该算法的最后一个顶点不动
flag=1;
while flag>0
    flag=0;
    for m=1:L-3
        for n=m+2:L-1
            if a(cl(m),cl(n))+a(cl(m+1),cl(n+1))<...
                a(cl(m),cl(m+1))+a(cl(n),cl(n+1))
                flag=1;
                cl(m+1:n)=cl(n:-1:m+1);
            end
        end
    end
end
sum1=0;
for i=1:L-1
    sum1=sum1+a(cl(i),cl(i+1));
end
if sum1<sum
    sum=sum1;
    circle=cl;
end
circle,sum
```



## 拓展

某公司计划在某地区作广告宣传，推销员从城市1出发，经过各个乡镇，再回到城市1，为节约开支，公司希望推销员走过这10个城镇的总距离最少。写出相应的Lingo程序如下：

```
sets:
  cities/1..10/:level; !level(i)= the level of city;
  link(cities, cities):
    distance, !The distance matrix;
    x;          ! x(i,j)=1 if we use link i,j;
endsets
data: !Distance matrix, it need not be symmetric;
  distance = 0 8 5 9 12 14 12 16 17 22
            8 0 9 15 16 8 11 18 14 22
            5 9 0 7 9 11 7 12 12 17
            9 15 7 0 3 17 10 7 15 15
            12 16 9 3 0 8 10 6 15 15
            14 8 11 17 8 0 9 14 8 16
            12 11 7 10 10 9 0 8 6 11
            16 18 12 7 6 14 8 0 11 11
            17 14 12 15 15 8 6 11 0 10
            22 22 17 15 15 16 11 11 10 0;
enddata
```

```
n=@size(cities); !The model size;
! Minimize total distance of the links;
min=@sum(link(i,j)|i #ne# j: distance(i,j)*x(i,j));
!For city i:
@for(cities(i) :
! It must be entered;
  @sum(cities(j)| j #ne# i: x(j,i))=1;
! It must be departed;
  @sum(cities(j)| j #ne# i: x(i,j))=1;
! level(j)=level(i)+1, if we link j and i;
  @for(cities(j)| j #gt# 1 #and# j #ne# i :
    level(j) >= level(i) + x(i,j)
      - (n-2)*(1-x(i,j)) + (n-3)*x(j,i);
  );
);
! Make the x's 0/1;
@for(link : @bin(x));
! For the first and last stop;
@for(cities(i) | i #gt# 1 :
  level(i) <= n-1-(n-2)*x(1,i);
  level(i) >= 1+(n-2)*x(i,1);
);
```

## 拓展

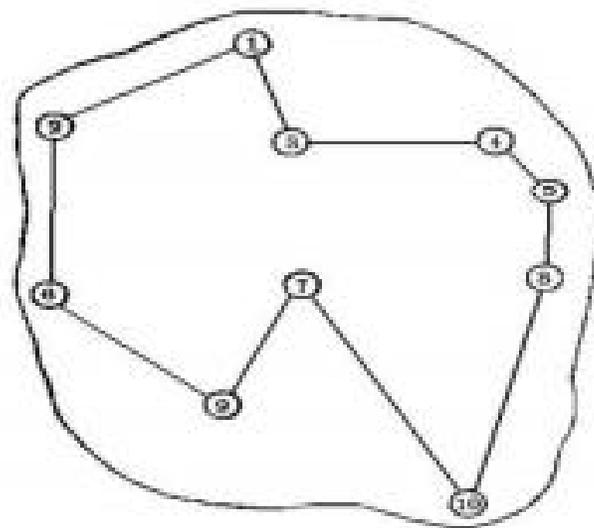
### 计算结果:

Global optimal solution found at iteration: 90

Objective value: 73.00000

Variable	Value	Reduced Cost
X( 1, 2)	1.000000	8.000000
X( 2, 6)	1.000000	8.000000
X( 3, 1)	1.000000	5.000000
X( 4, 3)	1.000000	7.000000
X( 5, 4)	1.000000	3.000000
X( 6, 9)	1.000000	8.000000
X( 7, 10)	1.000000	11.000000
X( 8, 5)	1.000000	6.000000
X( 9, 7)	1.000000	6.000000
X( 10, 8)	1.000000	11.000000

旅行商经过10个城镇的最短距离为73公里，其连接情况如图所示。



# 第29届夏季奥运会在北京开幕



2008年北京奥运会开幕式



2008年8月8日晚8时

党史上的今天  
—百炼成钢—



为了办好奥运会，规划好火炬路线，在这个过程中，请投票正确的说法

- A 北京申奥成功见证了中华民族奥运精神的世界水平
- B 北京成功举办奥运会，是社会各界人员共同努力的结果
- C 实际问题的解决，离不开数学建模；其解决程度，取决于数学模型的质量
- D 新时代的大学生青年要强健体魄，要好好学习科学技能，为成为祖国的精英人才不懈努力。

提交

谢谢聆听

