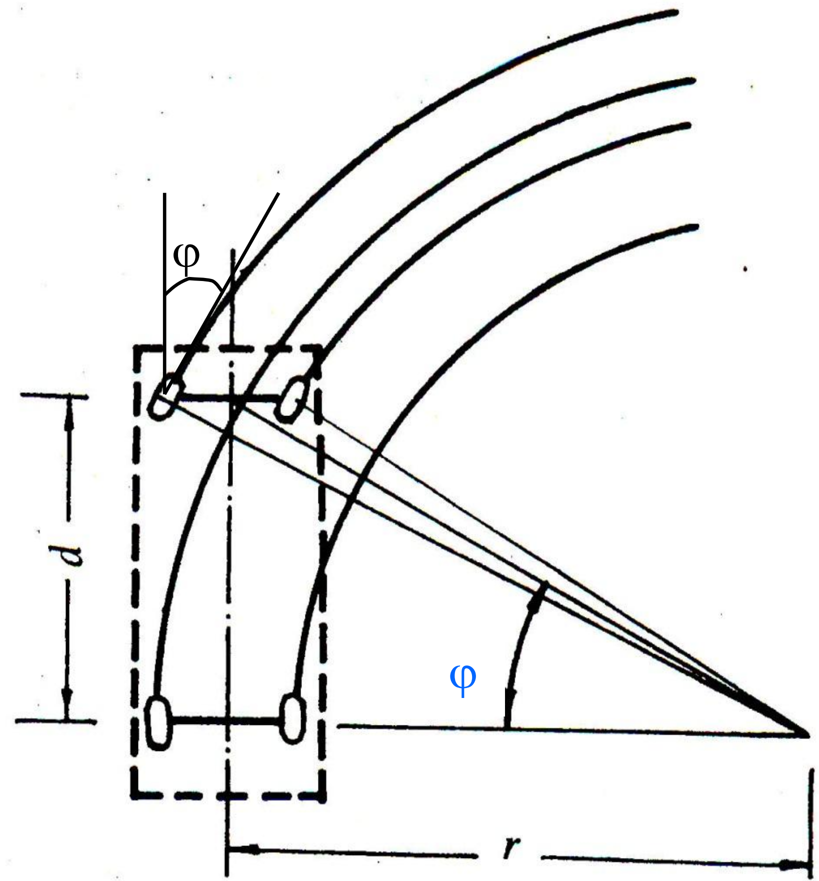
缓和曲线的性质

1、汽车行驶轨迹

- 考察汽车由直线进入圆曲线的行驶轨迹，假定汽车等速行驶，司机匀速转动方向盘时，当方向盘转动角度为φ时，前轮相应转动的角速度为ω，它们之间的关系为：
- $\omega = d\varphi/dt$
- 行驶轨迹曲线的形状取决于ω的变化速率。
- 又$\varphi = d/r$　则：$d\varphi = d/dr$
- 又$V = dl/dt$　则：$dt = dl/v$
- 所以：$\omega = vd/drdl$



汽车的转弯行驶

$\omega = d\varphi/dt = vd/drdl$ ($v = dl/dt$ $\varphi = d/r$即$d\varphi = d/dr$)

设φ：从0~φ均匀变化，即$\omega = d\varphi/dt$=常数

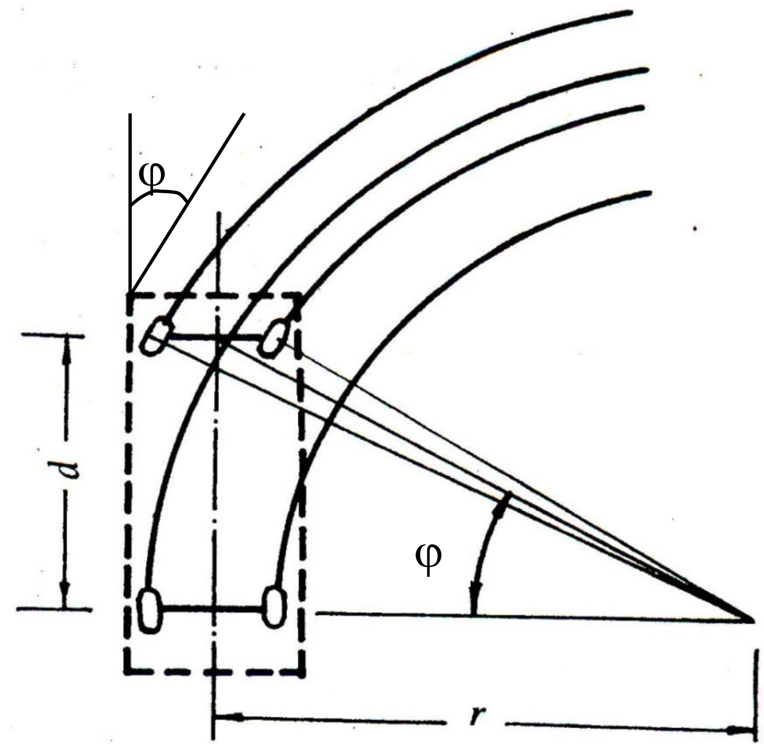
则有：$1/drdl = c$ 即：$rl = C$

或如下推演：

汽车前轮的转向角为 φ

- φ是在t时间后方向盘转动的角度， $\varphi = \omega t$ ；
- 轨迹曲率半径：

$$r = \frac{d}{\tan\varphi}$$



汽车的转弯行驶

由于φ很小，可近似地认为： $$r=\frac{d}{tg\varphi}\approx\frac{d}{\varphi}=\frac{d}{\omega t}$$

- 汽车以***v***（**m / s**）等速行驶，经时间***t***以后，其行驶距离（弧长）为***l***： ***l*=*vt*** **(m)**

$$t=\frac{d}{\omega \mathrm{r}}$$ $$l=\frac{vd}{\omega r}=\frac{vd}{\omega}.\frac{1}{r}$$

令$C=\frac{vd}{\omega}$ 则 $l=\frac{C}{r}$ 或 $rl=C$

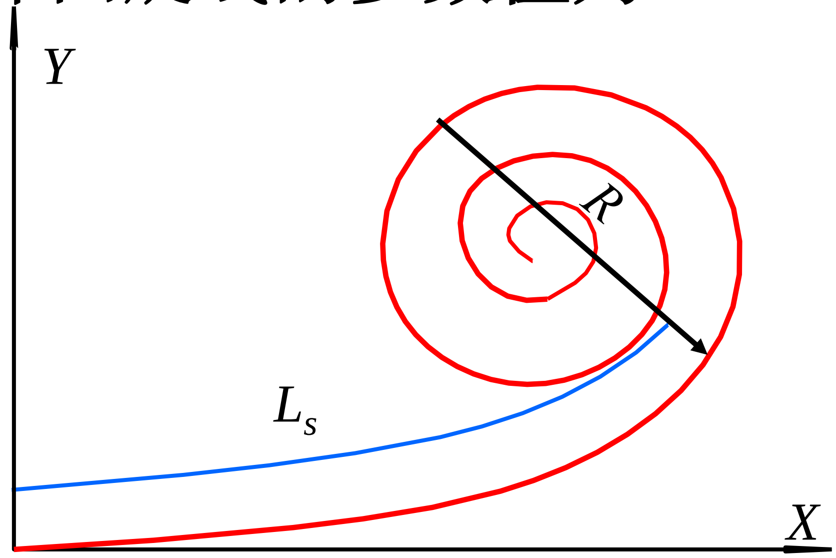
- 汽车匀速从直线进入圆曲线（或相反）其行驶轨迹的弧长与曲线的曲率半径之乘积为一常数，这一性质与数学上的回旋线正好相符。

2、回旋线的参数值A的应用范围：

$$rl=C(A^2)$$

- 缓和曲线起点：回旋线的起点，l=0，r=∞；
- 缓和曲线终点：$l=L_s$，$r=R$，
- 则 $RL_s=C(A^2)$，即回旋线的参数值为： $RL_s=C$ 或

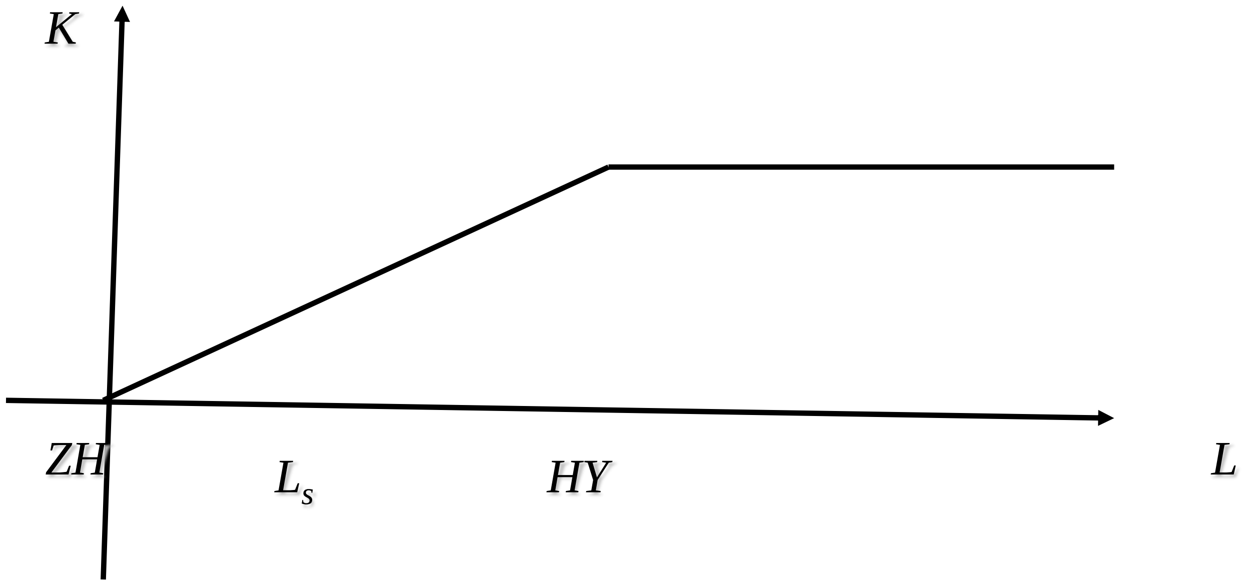
$$A=\sqrt{RL_S}$$



螺旋线

3、用回旋线作为缓和曲线存在的问题

- 汽车行驶轨迹有三特点，即轨迹曲线是连续的；曲线的曲率是连续的；曲率的变化率是连续的。
- 用回旋线作为缓和曲线，曲率的变化率是不连续的。



曲线的曲率图

- 在回旋线终点处，$l = L_s$，$r = R$，$A^2 = RL_s$

$$X = Ls - \frac{L_s^5}{40A^4} + \frac{L_s^9}{3456A^8} - \cdots$$

$$= \mathrm{Ls} - \frac{\mathrm{Ls}^3}{40\mathrm{R}^2} + \frac{\mathrm{Ls}^5}{3456\mathrm{R}^4} - \cdots = L_S - \frac{Ls^3}{40R^2}$$

$$\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{Ls}^3}{6\mathrm{A}^2} - \frac{\mathrm{Ls}^7}{336\mathrm{A}^6} + \frac{\mathrm{Ls}^{11}}{42240\mathrm{A}^{10}} + \cdots$$

$$= \frac{\mathrm{Ls}^2}{6\mathrm{R}} - \frac{\mathrm{Ls}^4}{336\mathrm{R}^3} + \frac{\mathrm{Ls}^6}{42240\mathrm{R}^5} + \ldots = \frac{Ls^2}{6R} - \frac{Ls^4}{336R^3}$$

- 回旋线终点的切线方向与x轴夹角β_0计算公式：

$$\beta_0 = \frac{Ls}{2A^2} = \frac{Ls}{2R}$$